



UFRJ

CERN-THESIS-2005-008
01/08/2004



ESTUDO DE VIOLAÇÃO DE CP
NO DECAIMENTO
 $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$,
DETERMINAÇÃO DE VÉRTICES E
IDENTIFICAÇÃO DE MÚONS
NO EXPERIMENTO LHCb

Claudia Pereira Nunes

Orientador: João Ramos Torres de Mello Neto

Co-orientadora: Sandra Filippa Amato



UFRJ

ESTUDO DE VIOLAÇÃO DE CP NO DECAIMENTO
 $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$, DETERMINAÇÃO DE
VÉRTICES E IDENTIFICAÇÃO DE MÚONS NO
EXPERIMENTO LHCb

Claudia Pereira Nunes

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Física,
Instituto de Física, da Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ),
como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor em
Ciências (Física).

Orientador: João Ramos Torres de Mello Neto

Co-orientadora: Sandra Filippa Amato

Rio de Janeiro
Agosto de 2004

Nunes, Claudia Pereira

N972 Estudo de violação de CP no decaimento
 $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$, determinação
de vértices e identificação de múons no
experimento LHCb / Claudia Pereira Nunes.
Rio de Janeiro: UFRJ/IF, 2004.

XIV, 132f.:il.; 29,7 cm.

Orientador: João Ramos Torres de Mello
Neto

Co-orientadora: Sandra Filippa Amato
Tese (doutorado) - UFRJ / Instituto de
Física / Programa de Pós-graduação em Física,
2004.

Referências bibliográficas: 8f. 176-183.

1. Modelo padrão. 2. Violação de CP.
3. Ângulos da matriz de CKM. 4. LHCb.
5. Reconstrução de vértices. 6. Identificação
de múons I. Neto, João Ramos Torres de Mello;
Amato, Sandra Filippa II. Universidade Federal
do Rio de Janeiro, Instituto de Física, Programa
de Pós-graduação em Física. III. Estudo de
violação de CP no decaimento
 $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$,
determinação de vértices e identificação de
múons no experimento LHCb.

RESUMO

ESTUDO DE VIOLAÇÃO DE CP NO DECAIMENTO $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$, DETERMINAÇÃO DE VÉRTICES E IDENTIFICAÇÃO DE MÚONS NO EXPERIMENTO LHCb

Claudia Pereira Nunes

Orientador: João Ramos Torres de Mello Neto
Co-orientadora: Sandra Filippa Amato

Resumo da Tese de Doutorado submetida ao Programa de Pós-graduação em Física, do Instituto de Física, da Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor em Ciências (Física):

O LHCb é um experimento que se dedicará à realização de medidas precisas de violação de CP no sistema de mésons B e ao estudo de decaimentos destes mésons. Esta tese descreve o estudo do desempenho deste experimento na medida de $\sin 2\beta$, através da assimetria de CP do decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$, o estudo do desempenho de duas ferramentas de reconstrução de vértices com vínculos e o estudo da redução da contaminação na identificação de múons para o experimento LHCb.

Palavras-chave: 1. Modelo padrão. 2. Violação de CP. 3. Ângulos da matriz de CKM. 4. LHCb. 5. Reconstrução de vértices. 6. Identificação de múons

Rio de Janeiro
Agosto de 2004

ABSTRACT

**CP VIOLATION STUDY IN $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$
DECAY, VERTEX RECONSTRUCTION AND MUON
IDENTIFICATION FOR LHCb EXPERIMENT**

Claudia Pereira Nunes

Orientador: João Ramos Torres de Mello Neto

Co-orientadora: Sandra Filippa Amato

Abstract da Tese de Doutorado submetida ao Programa de Pós-graduação em Física, do Instituto de Física, da Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor em Ciências (Física):

The LHCb experiment is dedicated to precise measurements of CP violation in B -meson system and to the study of B decays. This work describes the performance study for the LHCb measurement of $\sin 2\beta$ from $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$ CP asymmetry, the performance study for two vertex constrained fitting tools and the study of the contamination reduction for muon identification for LHCb.

Kew-words: 1. Standard model. 2. CP violation. 3. CKM matrix angles. 4. LHCb. 5. Vertex reconstruction. 6. Muon identification

Rio de Janeiro
Agosto de 2004

AGRADECIMENTOS:

Agradeço ao meu orientador, João Ramos Torres de Mello Neto, pelo direcionamento e apoio ao trabalho, e a todo o grupo LAPE, em especial a Sandra Amato, minha co-orientadora, cuja ajuda foi fundamental para que este trabalho pudesse ser realizado.

Agradeço também a toda a equipe do CERN que tornou a realização deste trabalho possível.

Agradeço especialmente aos amigos Aline de Araújo Ferreira, Luciana Morgani Alves Novo, Aparecida Gentil, Sílvio Macena, Reginaldo de Araújo Silva, Raphael Fujita, Gustavo Pittigliani Rodrigues e Rita de Cássia Machado de Souza Dantas, pelo forte apoio emocional. Por último, agradeço ao meu afilhado Lucas Wakonã Gentil Macena, cujo nascimento aguardo ansiosamente.

Esta tese foi financiada pelo CNPq.

Conteúdo

1	Introdução	1
2	Aspectos teóricos	6
2.1	Introdução	6
2.2	Modelo GSW	7
2.2.1	Férmions	7
2.2.2	Lagrangiana	8
2.2.3	Quebra espontânea de simetria	9
2.2.4	Massas dos bósons	11
2.2.5	Massas dos férmions	12
2.3	Cromodinâmica Quântica - QCD	14
2.4	Violação de CP	15
2.4.1	Simetrias discretas	15
2.4.2	Violação de CP no modelo padrão	18
2.4.2.1	A matriz de CKM	19
2.4.2.2	Os triângulos de unitariedade	21
2.4.2.3	Vínculos no triângulo unitário	23
3	Formalismo para o Sistema de Mésons B Neutros	27
3.1	Introdução	27
3.2	Formalismo para o sistema de mésons B	28
3.3	Física do Decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$	31
4	Revisão Experimental	35
4.1	Fábricas de B	35

4.1.1	BaBar	35
4.1.2	Belle	36
4.2	Experimentos em andamento	36
4.2.1	<i>Collider Detector at Fermilab (CDF)</i>	36
4.2.2	DØ	37
4.3	Experimentos planejados	37
4.3.1	BTeV	41
4.3.2	LHC	41
4.3.2.1	<i>Compact Muon Solenoid (CMS)</i>	43
4.3.2.2	<i>Total Cross Section, Elastic Scattering and Diffraction Dissociation at the LHC (TOTEM)</i>	44
4.3.2.3	<i>A Toroidal LHC Apparatus (ATLAS)</i>	44
4.3.2.4	<i>A Large Ion Collider Experiment (ALICE)</i>	44
4.3.2.5	<i>Large Hadron Collider Beauty Experiment for Precision Measurements of CP-Violation and Rare Decays (LHCb)</i>	44
5	O Detetor LHCb	45
5.1	Experimento LHCb	45
5.2	Detetor LHCb reotimizado	45
5.3	Tubo do feixe	47
5.4	Sistema de detecção de vértices	48
5.5	Dipolo magnético	49
5.6	Sistema de determinação de traços	50
5.7	Sistema de RICH	51
5.7.1	RICH1	52
5.7.2	RICH2	53
5.8	Sistema de calorímetros	53
5.9	Sistema de múons	58

5.10	Sistema de gatilho	60
5.11	Procedimento de simulação para o LHCb	63
5.11.1	Geração de eventos	64
5.11.2	Passagem das partículas pelo detetor LHCb re- timizado	64
5.11.3	Reconstrução de eventos	66
5.12	Identificação de partículas	68
5.13	Identificação de sabores (<i>tag</i>) dos mésons <i>B</i>	69
6	Reconstrução de Vértices	71
6.1	Introdução	71
6.2	Método dos multiplicadores de <i>Lagrange</i>	72
6.3	Descrição da ferramenta <i>LagrangeMassVertexFitter</i>	75
6.4	Implementação em C++ da ferramenta <i>LagrangeMassVer- texFitter</i>	78
6.5	Descrição da ferramenta <i>LagrangeGeomVertexFitter</i>	81
6.6	Implementação em C++ da ferramenta <i>LagrangeGeomVer- texFitter</i>	83
6.7	Estudo de desempenho das ferramentas de reconstrução de vértices com vínculos	88
7	Identificação de Múons	97
7.1	Introdução	97
7.2	Algoritmo de identificação de múons	98
7.3	Diminuição da contaminação na identificação de múons	99
8	Desempenho do LHCb na Medida do Ângulo β	104
8.1	Simulação	104
8.2	Reconstrução de eventos	106
8.2.1	Seleção de $J/\psi \rightarrow \mu^+ \mu^-$	108
8.2.2	Seleção de $K_S^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$	108
8.2.3	Seleção de $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+ \mu^-)K_s(\pi^+ \pi^-)$	110

8.3	Estatística	116
8.4	Desempenho do experimento LHCb na medida dos parâmetros $Im(\eta)$ e $ \eta $	120
9	Conclusão	129
9.1	Conclusão do estudo do desempenho das ferramentas de reconstrução de vértices com vínculos para o LHCb	129
9.2	Conclusão do estudo da diminuição da contaminação na identificação de múons	130
9.3	Conclusão do estudo do desempenho do LHCb na medida de $\sin 2\beta$	131
9.4	Perspectivas para o LHCb	132
A	<i>LagrangeMassVertexFitter</i>	133
A.1	Fórmulas e derivadas parciais da ferramenta de reconstrução de vértices <i>LagrangeMassVertexFitter</i>	133
A.2	Fórmulas usadas no método privado <i>itera</i>	140
A.3	Fórmulas usadas no método privado <i>nwcov</i>	151
B	<i>LagrangeGeomVertexFitter</i>	160
B.1	Fórmulas e derivadas parciais da ferramenta de reconstrução de vértices <i>LagrangeGeomVertexFitter</i>	160
B.2	Fórmulas usadas no método privado <i>itera</i>	164
B.3	Fórmulas usadas no método privado <i>nwcov</i>	171
C	Método de multiplicadores de <i>Lagrange</i>	173
C.1	Solução do sistema vinculado com o método de multipli- cadores de <i>Lagrange</i>	173

Lista de Tabelas

8.1	Cortes para a seleção do decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$	111
8.2	Frações, resoluções de massa e resoluções de vértice para o decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$	113
8.3	Resultados da seleção para o decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$	116
8.4	Razões de ramificações para o decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$	117
8.5	Eficiências de sinal para o decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$	118
8.6	Número de eventos de <i>background</i> após seleção	119
8.7	Eficiência do sinal, estatística do sinal sem identificação de sabores e razão <i>background</i> sinal (B/S)	120

Lista de Figuras

2.1	Triângulos de CKM para o sistema de mésons B neutros. . .	23
2.2	Vínculos para a posição do vértice do triângulo unitário de CKM: $ V_{ub} , \epsilon, \sin 2\beta, V_{tb}^* V_{td} e V_{td} / V_{ts} $	26
3.1	Diagramas de Feynman para o decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s^0(\pi^+\pi^-)$	33
4.1	Medidas de $\sin 2\beta_{eff}$ das fábricas de B para processos do tipo $b \rightarrow c \bar{c} d$	39
4.2	Medidas de $\sin 2\beta$ e de $\sin 2\beta_{eff}$ das fábricas de B para processos do tipo $b \rightarrow c \bar{c} s$ e $b \rightarrow s \bar{q} q$	40
4.3	Ângulos polares dos pares $b\bar{b}$ para o LHCb.	42
5.1	Detetor LHCb reotimizado.	47
5.2	Detetor RICH1 do LHCb reotimizado.	53
5.3	Detetor RICH2 do LHCb reotimizado.	54
5.4	Segmentação lateral do SPD, do PS, do ECAL e do HCAL. . .	57
6.1	Resolução da massa do B_d para as categorias LL e LU para o decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$	90
6.2	Resolução da massa do B_d para o decaimento $B_d \rightarrow D^0 K^*$	91
6.3	Resolução em z do vértice do $K_s \rightarrow \pi^+\pi^-$ para o decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$	91
6.4	Resolução em z para o vértice do B_d para o decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$	92

6.5	Estudo de χ^2 do vértice do J/ψ para o decaimento $J/\psi \rightarrow \mu^+ \mu^-$	93
6.6	<i>Prob</i> do χ^2 para o vértice do J/ψ para o decaimento $J/\psi \rightarrow \mu^+ \mu^-$	94
6.7	Estudo de χ^2 para o vértice do D_s^\pm no decaimento $D_s^\pm \rightarrow K^+ K^- \pi^\pm$	94
6.8	<i>Prob</i> do χ^2 para o vértice do D_s^\pm para o decaimento $D_s^\pm \rightarrow K^+ K^- \pi^\pm$	95
6.9	<i>Pull</i> no tempo próprio do B_d para o decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+ \mu^-) K_s(\pi^+ \pi^-)$	96
7.1	Distância na câmara $M2$ entre dois múons de qualquer par de traços identificados como múons e distância na câmara $M2$ entre dois múons verdadeiros que vêm do J/ψ	100
7.2	Após a diminuição da contaminação na identificação de múons, distância entre dois múons de qualquer par de traços identificados como múons na câmara $M2$ e distância entre dois múons verdadeiros que vêm do J/ψ na câmara $M2$	102
7.3	Eficiência de identificação de múons em função do momento após a diminuição da contaminação e razão da eficiência de identificação errada de píons como múons em função do momento depois e antes da redução da contaminação.	103
8.1	Diferentes tipos de traços	107
8.2	Distribuição final da massa dos pares de múons para o decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+ \mu^-) K_s(\pi^+ \pi^-)$	109
8.3	Distribuição final da massa dos pares de píons para o decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+ \mu^-) K_s(\pi^+ \pi^-)$	110
8.4	Distribuições das variáveis usadas na seleção do decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+ \mu^-) K_s(\pi^+ \pi^-)$ para a categoria DD	112

8.5	Distribuição final da massa do B_d para o decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$ para as categorias DD , LL e LU . . .	114
8.6	Resolução do tempo próprio do méson B_d para as categorias DD , LL e LU	115
8.7	Distribuição do <i>pull</i> do tempo próprio	115
8.8	Eficiência da seleção de B_d em função do tempo próprio para o decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$	122
8.9	Tempo de vida do <i>background</i> do decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$	123
8.10	A distribuição de mistura $A(t)$ para o decaimento $B^0 \rightarrow J/\psi K^{*0}$	124
8.11	Parâmetros $Im(\eta)$ e $ \eta $	125
8.12	Ajuste típico da assimetria do decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$	126
8.13	Erro de $Im(\eta)$ e erro de $ \eta $, com $ \eta $ fixo.	127
8.14	Erro de $Im(\eta)$ e erro de $ \eta $, com $Im(\eta)$ fixo.	128

Capítulo 1

Introdução

O modelo padrão das partículas elementares descreve bem as interações eletromagnéticas e fracas dos *quarks* e dos léptons e as interações fortes dos *quarks*. Alguns aspectos deste modelo não foram bem estabelecidos, como por exemplo a origem das massas dos férmions, a existência do bóson de *Higgs* e a origem da violação de CP nas interações fracas.

O modelo padrão com três famílias de *quarks* e léptons gera violação de CP nas interações fracas através da matriz de CKM de dimensões 3 x 3, complexa e unitária. O modelo padrão não explica o porquê da existência de três famílias de *quarks* e léptons. Por outro lado, prevê medidas precisas de violação de CP para vários decaimentos do sistema de mésons *B*.

Um novo acelerador chamado *Large Hadron Collider* (LHC) está em construção no CERN, laboratório europeu de física de partículas. O LHC começará a funcionar em 2007 e será a fonte mais abundante de mésons *B* do mundo por causa da sua alta seção de choque de produção de pares $b\bar{b}$ e da alta luminosidade. Seus objetivos: procurar o bóson de *Higgs*, única partícula prevista pelo modelo padrão que ainda não foi observada, testar os novos modelos com física além do modelo padrão e estudar a violação de CP nas interações fracas. Serão realizados cinco experimentos com o LHC: CMS, ATLAS, TOTEM, ALICE e LHCb, descritos nos capítulos 4 e 5.

Os experimentos ATLAS e CMS concentrar-se-ão na procura do bóson de *Higgs* e de novas partículas. O experimento TOTEM medirá a seção de choque total no LHC e o experimento ALICE estudará a formação de

uma nova fase da matéria. O experimento *Large Hadron Collider Beauty Experiment for Precision Measurements of CP-Violation and Rare Decays* (LHCb), por outro lado, estudará a violação de CP no sistema de mésons B .

O experimento LHCb medirá as assimetrias de CP nos decaimentos dos mésons B , os elementos da matriz de CKM que envolvem transições de *quarks* b (V_{ub} , V_{cb} e V_{tb}), os decaimentos raros de mésons B , etc.

O LHCb começará a funcionar junto com o LHC. Atualmente o experimento está em desenvolvimento. O projeto original do detetor LHCb foi alterado com o objetivo de obter um detetor LHCb reotimizado que tivesse o melhor desempenho com o menor custo possível. Os resultados dos estudos de reotimização do detetor se encontram em relatórios técnicos para os sub-detetores [50–59]. A descrição do detetor é feita no capítulo 5.

Nesta tese, encontra-se nos capítulos 2 e 3 um resumo dos aspectos teóricos relevantes para o estudo do sistema de mésons B . No capítulo 2 há uma discussão do modelo padrão das partículas elementares. No capítulo 3 mostra-se o formalismo para o estudo da violação de CP no sistema de mésons B neutros. Destaca-se o formalismo para o decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$, tema central deste trabalho.

No capítulo 4 apresenta-se uma revisão experimental para o sistema de mésons B neutros e nos capítulos 6, 7 e 8 mostra-se o trabalho de pesquisa desenvolvido.

Uma análise do decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$ foi feita para o LHCb. A partir do ajuste da assimetria deste decaimento foi obtido o desempenho do experimento na medida de $\sin 2\beta$. Este decaimento é muito importante para o LHCb porque ele servirá para calibrar o experimento, pois sua física é muito bem conhecida. Os resultados do experimento para este decaimento vão servir de parâmetro para avaliar quão bem ele estará funcionando. Com o objetivo de melhorar a análise deste decaimento foram feitos outros dois trabalhos. A redução da contaminação na identificação de múons do experimento LHCb permitiu uma melhor reconstrução dos decaimentos que possuem múons no estado final. Por outro lado, duas ferramen-

tas de ajuste de vértice com vínculos foram desenvolvidas e utilizadas para melhorar as resoluções dos vértices e a resolução do tempo próprio, que depende da distância entre o vértice de produção e o vértice de decaimento da partícula. Isso permitiu uma melhor reconstrução dos eventos para os decaimentos de interesse para o experimento. Como as assimetrias dependem diretamente do tempo próprio, a melhora na resolução do tempo próprio, obtida com as ferramentas de ajuste de vértice com vínculos, implica numa melhora no ajuste da assimetria.

No capítulo 6, encontra-se uma descrição das duas ferramentas de reconstrução de vértices com vínculos desenvolvidas para o experimento LHCb. Estas ferramentas (*LagrangeMassVertexFitter* e *LagrangeGeomVertexFitter*) estão sendo utilizadas por toda a colaboração do experimento LHCb nos estudos da análise para os decaimentos específicos de mésons B que serão estudados pelo experimento. Foram inclusive utilizadas no estudo de análise do decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$ para a obtenção do desempenho do experimento LHCb na medida de $\sin 2\beta$. As duas ferramentas utilizam o método dos multiplicadores de *Lagrange* para fazer os ajustes de vértice com vínculos.

O capítulo 6 também mostra o resultado do estudo do desempenho das ferramentas. Obtém-se uma melhora significativa na resolução da massa do B e na resolução em z do K_s para o decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$ e uma melhora na resolução da massa do B para o decaimento $B_d \rightarrow D^0K^*$, quando se utilizam as ferramentas de reconstrução de vértices com vínculos ao invés da ferramenta de reconstrução de vértices sem vínculos. Por outro lado, um estudo da distribuição de χ^2 para os ajustes mostra uma ótima concordância entre a distribuição obtida pelas ferramentas e a distribuição esperada para o mesmo número de entradas e de graus de liberdade. O estudo da distribuição do χ^2 também mostra que a função *prob* correspondente a cada ajuste feito é uniforme para todos os casos analisados. Espera-se este resultado quando

o ajuste é bem feito. Além disso, mostra-se que a resolução do *pull* do tempo de vida próprio para o B_d para todos os casos de ajuste de vértice para o decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$ é ≈ 1 . Espera-se este valor quando os erros são considerados corretamente no ajuste, pois o *pull* é dado por $(\tau_{rec} - \tau_{true})/\sigma$, onde τ_{rec} é o tempo de vida próprio para o B_d reconstruído, τ_{true} é o tempo de vida próprio para o B_d verdadeiro e σ é o erro de τ_{rec} . Estes resultados foram publicados numa nota interna do CERN, LHCb/2004-038 [71].

As fórmulas utilizadas na implementação em c++ das ferramentas de reconstrução de vértices com vínculos estão nos apêndices A e B para as ferramentas *LagrangeMassVertexFitter* e *LagrangeGeomVertexFitter*, respectivamente. Um complemento da descrição do método de multiplicadores de *Lagrange*, utilizado para fazer o ajuste com vínculos nas duas ferramentas, é feito no apêndice C.

No capítulo 7, encontra-se a descrição do estudo feito para a diminuição da contaminação na identificação de múons para o experimento LHCb, ou seja, um estudo para a redução da eficiência de identificação errada de píons como múons. Estes píons que são identificados como múons chegam no detetor de múons através de espalhamentos múltiplos.

Mostra-se no capítulo 7 que, com a eliminação do pior traço de um par de traços que divide pelo menos uma célula disparada (*hit*) nas janelas das câmaras de múons de $M2$ a $M5$, consegue-se uma diminuição significativa na eficiência de identificação errada de píons como múons sem que ocorra uma queda significativa na eficiência de identificação de múons, para uma amostra de eventos para o decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$. Uma nota interna do CERN, que descreve os resultados deste estudo, está em fase final de preparação [75].

No capítulo 8, encontra-se a descrição do estudo de simulação para a obtenção do desempenho do experimento LHCb na medida de $\sin 2\beta$, através da assimetria de CP do decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$. Neste estudo, utilizou-se a ferramenta de reconstrução de vértices

LagrangeMassVertexFitter para o ajuste do vértice do J/ψ . Além disso, a redução da eficiência de identificação errada de píons como múons, sem uma queda significativa na eficiência de identificação de múons beneficiou a análise do decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$.

Mostra-se no capítulo 8 que após um ano de tomada de dados, o experimento LHCb sozinho medirá $\sin 2\beta$ com uma precisão de 0,022. Esta precisão é aproximadamente metade da precisão da média mundial atual e será da ordem da precisão mundial um ano após o início da tomada de dados do experimento. O resultado deste estudo foi publicado numa nota pública do CERN, LHCb/2003-017 [67]. As notas públicas são submetidas à aprovação de um comitê interno de árbitros.

Os resultados obtidos nesta tese foram apresentados em várias ocasiões, como por exemplo, numa escola internacional [78] e em conferências internacionais [79], [80], [81], [82] e [83].

A conclusão, feita no capítulo 9, resume os resultados obtidos na tese.

Capítulo 2

Aspectos teóricos

2.1 Introdução

Este capítulo apresenta um resumo dos aspectos teóricos importantes para o estudo do sistema de mésons B . Discute-se o modelo padrão das interações fortes e eletrofracas, incluindo a invariância local de calibre, a quebra espontânea de simetria e o mecanismo de *Higgs*.

As simetrias locais das interações eletromagnéticas, fracas e fortes são obtidas a partir dos grupos de simetria $U(1)$, $SU(2)$ e $SU(3)$, respectivamente [7]. O grupo $U(1)$, correspondente à simetria de hipercarga fraca, é um grupo local de simetria abeliano. O grupo $SU(2)$, correspondente à simetria de isospin fraco, e o grupo $SU(3)$, correspondente à simetria de cor, são grupos de simetria não abelianos.

O modelo padrão, que descreve as forças forte e eletrofraca, engloba a cromodinâmica quântica (*Quantum ChromoDynamics* - QCD), que descreve as interações fortes [1], e o modelo de *Glashow-Salam-Weinberg* (modelo GSW), que descreve as interações eletrofracas [2]. Uma discussão dos princípios que levaram ao modelo padrão das forças forte e eletrofraca é feita em [3,4].

As interações fortes produzem *quarks* b nas colisões próton-próton (pp) e formam hádrons que possuem este tipo de *quark*. O colisor LHC, usado no experimento LHCb, irá colidir feixes de prótons com energia de $7 TeV$. O colisor e o detector LHCb usado neste experimento são descritos no capítulo

5. Os decaimentos de mésons B que interessam ao experimento LHCb são os que ocorrem através de interações eletrofracas.

2.2 Modelo GSW

O modelo padrão das interações eletrofracas, ou modelo GSW [2], unifica as interações eletromagnéticas e fracas, através da invariância de calibre local da sua lagrangiana e da quebra espontânea de simetria.

O modelo GSW, cuja lagrangiana é invariante de calibre, considera inicialmente somente bósons sem massa. Os bósons com massa W^\pm e Z^0 são obtidos por uma quebra de simetria do mecanismo de *Higgs*, numa forma invariante de calibre. Após a quebra de simetria, resta apenas um bóson de calibre sem massa, que é o fóton.

No modelo GSW as massas dos férmions são geradas de uma maneira invariante de calibre pelo acoplamento de *Yukawa* do campo de *Higgs* com os férmions. Estes acoplamentos originam a violação de CP no modelo padrão.

2.2.1 Férmions

Os férmions são representados por espinores de *Dirac* de quatro componentes e estão agrupados em três famílias, cada uma com dois *quarks* e dois léptons [5, 8].

Os *quarks*, com a ajuda dos glúons, que são mediadores das interações fortes, formam os hádrons. Os *quarks* possuem um dos três tipos de cores existentes na natureza (vermelho, verde e azul), cargas elétricas fracionárias e possuem massa. Os glúons possuem uma cor e uma anti-cor e os hádrons sempre são neutros em cor [8].

Existem dois tipos de hádrons: os mésons, que são formados por um *quark* e por um anti-*quark*, e os bárions, que são formados por três *quarks* ou por três anti-*quarks*.

Os léptons, por sua vez, não possuem cor, mas têm cargas elétricas unitárias e possuem massa, exceto os neutrinos, cujas massas são

usualmente consideradas nulas e são eletricamente neutros. Em 1998, encontraram-se evidências experimentais de que as massas dos neutrinos são diferentes de zero [6]. Neste resumo, porém, não se leva em conta a massa não nula dos neutrinos.

Os férmions de mão esquerda, cujos spins apontam na direção oposta à direção do movimento, se transformam como dubletos pelo grupo de simetria SU(2), e os férmions de mão direita, cujos spins apontam na mesma direção do movimento, se transformam como singletos. Considera-se que não existem neutrinos de mão direita ou anti-neutrinos de mão esquerda.

A simetria de calibre do grupo SU(2) também origina o tripleto de correntes fracas e existe uma corrente fraca de hipercarga associada ao grupo U(1).

2.2.2 Lagrangiana

Existem quatro bósons associados aos geradores dos grupos SU(2) e U(1): o tripleto de isospin (W_μ^1, W_μ^2 e W_μ^3) e o singlete de hipercarga (B_μ). Estes bósons não tem massa para que possa haver invariância de calibre.

Na lagrangiana o termo da interação eletrofraca é obtido pelo acoplamento da corrente fraca (J_μ^a) ao tripleto de campos vetoriais de isospin (W_μ^a) e pelo acoplamento da corrente fraca de hipercarga (J_μ^Y) ao singlete de hipercarga (B_μ).

O termo da lagrangiana correspondente à interação eletrofraca é mostrado a seguir:

$$\mathcal{L}_W = -igJ_\mu^a W_\mu^a - \frac{i}{2}g'J_\mu^Y B_\mu$$

onde g é a constante de acoplamento da corrente fraca e g' é a constante de acoplamento da corrente fraca de hipercarga.

A lagrangiana do grupo SU(2) x U(1), com os termos da energia cinética incluídos, tem a forma:

$$\mathcal{L} = \bar{\Psi}_L \gamma^\mu (i\partial_\mu - g \frac{\tau_a}{2} W_\mu^a - g' \frac{Y}{2} B_\mu) \Psi_L + \bar{\Psi}_R \gamma^\mu (i\partial_\mu - g' \frac{Y}{2} B_\mu) \Psi_R - \frac{1}{4} W_{\mu\nu}^a W_a^{\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu}$$

onde Y é a hipercarga fraca, $W_{\mu\nu}^a$ é o tensor de força do campo vetorial de isospin $B_{\mu\nu}$ é o tensor de força do campo de hipercarga:

$$W_{\mu\nu}^a = \partial_\mu W_\nu^a - \partial_\nu W_\mu^a - g\epsilon_{abc} W_\mu^b W_\nu^c$$

$$B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu$$

2.2.3 Quebra espontânea de simetria

A invariância das equações dinâmicas de um sistema em relação a um conjunto de transformações define a simetria deste sistema. Mesmo quando as equações dinâmicas são invariantes para um conjunto de transformações, as soluções do sistema podem não ter a simetria que o sistema tem. Quando estas soluções violam a simetria, ocorre a quebra espontânea da simetria do sistema.

Ao selecionar de forma arbitrária um estado de mais baixa energia (*ground state*), oculta-se a simetria do sistema. Isso ocorre porque este estado não tem a simetria que a lagrangiana tem. O conjunto de todos os estados de mais baixa energia possui esta simetria, mas um deles sozinho não.

O mecanismo de quebra espontânea de simetria adiciona termos de massa tanto para os bósons quanto para os férmions e não viola a invariância de calibre.

Neste mecanismo, as interações do campo de *Higgs* (ϕ), que é um campo escalar, com os bósons e com os férmions são feitas através da derivada covariante e do acoplamento de *Yukawa*, respectivamente:

- Férmions $- G_Y [(\bar{\Psi}_L \phi) \Psi_R + \bar{\Psi}_R (\phi \Psi_L)]$

- Bósons
$$D_\mu \phi D^\mu \phi^\dagger = |(\partial_\mu + ig \frac{\tau_a}{2} W_\mu^a + ig' Y B_\mu) \phi|^2$$

onde G_Y é uma constante cujo valor não é determinado inicialmente, Y é a hipercarga fraca, W_μ^a é o tripleto de isospin, B_μ é o singlete de hipercarga, ϕ é o campo de *Higgs*, g é a constante de acoplamento da corrente fraca e g' é a constante de acoplamento da corrente fraca de hipercarga.

Para que o acoplamento de *Yukawa* seja invariante de calibre, o campo de *Higgs* deve ser um dubleto de isospin com hipercarga igual a 1:

$$\begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \phi_1 + i\phi_2 \\ \phi_3 + i\phi_4 \end{pmatrix}$$

onde ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 e ϕ_4 são reais.

Um termo de auto-interação do campo de *Higgs* pode ser inserido na lagrangiana:

$$\mathcal{L}_H = -V(\phi) = \mu^2(\phi^\dagger \phi) - \lambda(\phi^\dagger \phi)^2$$

Com λ e μ^2 positivos, a condição para que o potencial de *Higgs* $V(\phi)$ seja mínimo é:

$$\phi^\dagger \phi = \frac{\mu^2}{2\lambda}$$

Escolhe-se o mínimo cujo valor esperado no vácuo seja diferente de zero:

$$\langle 0 | \phi | 0 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ \nu \end{pmatrix}$$

A partir de uma expansão perturbativa do campo de *Higgs* em torno do valor mínimo de $V(\phi)$, obtêm-se as massas dos férmions e dos bósons.

2.2.4 Massas dos bósons

Os auto-estados de massa normalizados para os bósons são dados por:

$$Z_\mu = W_\mu^3 \cos \theta_W - B_\mu \sin \theta_W$$

$$A_\mu = W_\mu^3 \sin \theta_W + B_\mu \cos \theta_W$$

A_μ tem massa nula e corresponde ao campo de fóton, Z_μ corresponde ao campo de bóson neutro, que é um dos mediadores das interações fracas, W_μ^3 é uma componente do tripleto de campos vetoriais de isospin, B_μ é o singlete de hipercarga e θ_W é o ângulo de mistura de *Weinberg*:

$$\tan \theta_W = \frac{g'}{g}$$

onde g é a constante de acoplamento da corrente fraca e g' é a constante de acoplamento da corrente fraca de hipercarga.

O valor escolhido para o vácuo do campo de *Higgs* quebra a simetria $SU(2) \times U(1)$, mas é invariante sob o grupo de simetria $U(1)$. Espera-se, por isso, a existência de um auto-estado de massa nula. Os auto-estados de massa não nula dão a massa dos bósons W^\pm e Z^0 :

- W^\pm $M_W = \frac{1}{2}\nu g$
- Z^0 $M_Z = \frac{1}{2}\nu \sqrt{g^2 + g'^2}$

As massas dos bósons W^\pm e Z^0 estão relacionadas com o ângulo de mistura de *Weinberg*:

$$\frac{M_W}{M_Z} = \cos \theta_W$$

2.2.5 Massas dos férmions

O termo de massa dos férmions, obtido após a quebra espontânea de simetria, a partir do acoplamento de *Yukawa*, é:

$$- \frac{G_{Y\nu}}{\sqrt{2}} (\bar{\psi}_L \psi_R + \bar{\psi}_R \psi_L)$$

Os termos de massa dos dubletos de férmions são:

$$- \frac{G_Y^l \nu}{\sqrt{2}} (\bar{l}_L l_R + \bar{l}_R l_L) \equiv - m_l \bar{l} l$$

onde l representa o férmion, m_l é a massa do férmion l determinada experimentalmente e G_Y^l não tem um valor determinado.

Para o caso da primeira família de *quarks*, o termo de acoplamento de *Yukawa* mais geral que pode ser obtido para o dubleto de *quarks* é:

$$- G_Y^d (\bar{u}\bar{d})_L \begin{pmatrix} \bar{\phi}^+ \\ \bar{\phi}^0 \end{pmatrix} d_R - G_Y^u (\bar{u}\bar{d})_L \begin{pmatrix} \bar{\phi}^0 \\ -\bar{\phi}^- \end{pmatrix} u_R + c.h.$$

onde *c.h.* é o conjugado hermitiano, ϕ é o campo de *Higgs* e G_Y^q não tem um valor determinado.

O termo de massa dos *quarks* da primeira família, obtido após a quebra espontânea de simetria, a partir do acoplamento de *Yukawa*, é:

$$- \frac{G_Y^d \nu}{\sqrt{2}} \bar{d} d - \frac{G_Y^u \nu}{\sqrt{2}} \bar{u} u$$

Há mistura entre os *quarks* de mesma carga de famílias diferentes. Os auto-estados de calibre de interação para SU(2) x U(1) são diferentes dos auto-estados de massa. Os termos de massa para os *quarks* da primeira família possuem a seguinte forma:

$$- (\bar{d}'_{iL} M_{ij}^d d'_{jR} + \bar{u}'_{iL} M_{ij}^u u'_{jR})$$

As matrizes de massa M^d e M^u não precisam ser diagonais nem hermitianas na base dos auto-estados de interação (d' e u'). Pode-se, porém, transformá-las em matrizes diagonais e reais através de transformações unitárias das componentes dos campos de *quark* direita e esquerda para a primeira família:

$$u'_L = U_L^u u_L \quad u'_R = U_R^u u_R$$

$$d'_L = U_L^d d_L \quad d'_R = U_R^d d_R$$

As matrizes $U_{L,R}^{u,d}$ são transformações unitárias:

$$U_L^{\dagger u,d} M^{u,d} U_R^{u,d} = m_{u,d}$$

As matrizes $m_{u,d}$ são diagonais com auto-valores positivos. Seus auto-valores são as massas dos *quarks* da primeira família (u e d). No modelo padrão existem três famílias de *quarks*:

- primeira família $u \quad d$
- segunda família $c \quad s$
- terceira família $t \quad b$

Tanto na base de interação quanto na base de massa, as correntes neutras eletromagnéticas e fracas são diagonais em sabor.

A transformação das correntes fracas carregadas, responsáveis pelas trocas de sabores nas interações eletromagnéticas e fracas, é feita pela matriz de *Cabibbo-Kobayashi-Maskawa* (matriz de CKM - V_{CKM}):

$$V_{CKM} \equiv U_L^{\dagger u} U_L^d$$

A matriz de CKM (V_{CKM}) é descrita na seção 2.4.2.1.

2.3 Cromodinâmica Quântica - QCD

A cromodinâmica quântica é uma teoria dinâmica que descreve as interações com troca de cor entre *quarks* e glúons e entre glúons e outros glúons. É uma teoria de calibre do grupo de simetria de cor SU(3) e possui oito bósons sem massa (glúons), que são os mediadores das interações fortes [7].

Existem duas maneiras de uma partícula ser neutra em cor: ou ela possui uma cor e a sua respectiva anti-cor ou ela possui os três tipos de cores diferentes que existem na natureza.

A intensidade do acoplamento de QCD diminui com o aumento da energia. Com isso, o efeito das interações fortes com troca de cor pode ser calculado por perturbação para pequenas distâncias ou para grandes transferências de momento. Logo, os experimentos de alta energia podem testar as previsões da QCD. Por outro lado, os cálculos perturbativos não podem ser utilizados para baixa energia, pois neste caso as interações fortes com troca de cor são mais intensas.

A intensidade da força forte entre os *quarks* de um par *quark* anti-*quark* aumenta com o aumento da distância de separação entre eles. Quando a distância chega a um certo valor, a divisão do par em dois pares do mesmo tipo se torna energeticamente mais interessante. Esse processo é conhecido por confinamento de *quarks*. O mesmo ocorre com grupos de glúons ou com grupos de *quarks*, que ficam confinados nos hádrons e nunca podem ser observados no estado livre.

O problema de CP forte se origina da não conservação das simetrias P e CP pela QCD. Estas simetrias são descritas na seção 2.4.1. Por outro lado, a QCD conserva o número bariônico e o sabor [9].

A lagrangiana da QCD precisa de um termo extra que viola a simetria CP:

$$\mathcal{L}_{eff} = \mathcal{L}_{QCD} + \frac{\theta g_s^2}{32\pi^2} G_{\mu\nu} \tilde{G}^{\mu\nu}$$

onde,

$$\mathcal{L}_{QCD} = -\frac{1}{4}G_{\mu\nu}^a G^{\mu\nu,a} + \bar{Q}_i D Q - \bar{Q}_R M Q_L + c.h.$$

$c.h.$ é o conjugado hermitiano, Q é o vetor coluna que contém os campos de *quarks* e $G_{\mu\nu}^a$ é o tensor de força do campo de glúon:

$$G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + g_s f^{abc} A_\mu^b A_\nu^c$$

A_μ^a é o campo de glúons e g_s é uma constante real da interação forte.

O termo extra na lagrangiana da QCD causa o problema de CP forte, pois viola as simetrias P e T, que são descritas na seção 2.4.1. Nesta tese, no entanto, somente será analisada a violação de CP nas interações eletrofracas.

2.4 Violação de CP

2.4.1 Simetrias discretas

As simetrias discretas contribuem para uma melhor compreensão do mundo. Ao serem introduzidas nas teorias locais de calibre, levam ao surgimento de problemas cujas conseqüências são intrigantes [9]. Existem três simetrias discretas: a conjugação de carga (C), que transforma uma partícula em sua anti-partícula e vice-versa, a paridade (P), que é uma reflexão seguida de uma rotação de 180^0 , e a reversão temporal (T), que inverte a direção do movimento.

A operação P inverte o momento da partícula, mas não altera o momento angular nem o spin. Ela transforma partículas de mão esquerda, cujos spins apontam na direção oposta à direção do movimento, em partículas de mão direita, cujo spin aponta na direção do movimento. A operação T inverte o momento e o spin.

A natureza não é completamente invariante para as operações C, P e T. A combinação CPT é uma simetria exata em qualquer teoria de campos local. A combinação CP, por sua vez, é violada em qualquer teoria de campos local cuja lagrangiana possua constantes de acoplamento complexas que não possam ser eliminadas com uma redefinição dos campos na teoria.

Na natureza, as simetrias C, P e T são violadas nos processos de interação fraca. A lagrangiana da teoria eletrofraca com três famílias de *quarks* não é

invariante em CP. Nela há uma fase complexa que não pode ser eliminada e que gera a violação de CP no modelo padrão.

Numa análise mais técnica, as propriedades das transformações dos campos de spin 0, de spin 1 e de spin 1/2, sob as operações C, P e T, serão resumidas.

Para as operações C, P e T, tem-se:

$$C^2 = 1 \quad P^2 = 1 \quad T^2 = 1$$

Os operadores para o campo de spin 0, para o campo de spin 1 e para o campo de spin 1/2 se transformam sob o operador C de conjugação de carga da seguinte forma:

- campo de spin 0

$$C\phi(t, \vec{x})C^{-1} = \phi^\dagger(t, \vec{x})$$

- campo de spin 1

$$CA_\mu(t, \vec{x})C^{-1} = -A^\mu(t, \vec{x})$$

- campo de spin 1/2

$$C\psi(t, \vec{x})C^{-1} = i\gamma^2\gamma^0 {}^t\bar{\psi}(t, \vec{x})$$

onde γ^i são as matrizes de *Dirac* γ e o índice t representa a transposta.

A operação P de paridade troca todas as coordenadas espaciais x^a por $-x^a$. O seu efeito nos operadores de campos de spin 0, 1 e 1/2 são mostrados a seguir.

- campo de spin 0

$$P\phi(t, \vec{x})P^{-1} = \phi(t, -\vec{x})$$

- campo de spin 1

$$PA_\mu(t, \vec{x})P^{-1} = A^\mu(t, -\vec{x})$$

- campo de spin 1/2

$$P\psi(t, \vec{x})P^{-1} = \gamma_0 \psi(t, -\vec{x})$$

A operação T de reversão temporal transforma a coordenada temporal t em $-t$. O seu efeito nos operadores de campos de spin 0, 1 e 1/2 podem ser vistos a seguir.

- campo de spin 0

$$T\phi(t, \vec{x})T^{-1} = \phi(-t, \vec{x})$$

- campo de spin 1

$$TA_\mu(t, \vec{x})T^{-1} = A^\mu(-t, \vec{x})$$

- campo de spin 1/2

$$T\psi(t, \vec{x})T^{-1} = \gamma^1 \gamma^3 \psi(-t, \vec{x})$$

A violação de CP nas interações fracas foi observada pela primeira vez em 1964 no sistema de káons neutros [11]. No experimento realizado observou-se que uma pequena fração de K_L decaía em dois píons e o restante decaía em três píons. Isso é uma evidência de violação de CP, já que se a combinação CP fosse conservada, K_L só poderia decair em três píons, nunca em dois píons, e K_S só poderia decair em dois píons, nunca em três píons.

Recentemente a violação de CP também foi observada no sistema de mésons B [30, 31, 33–37].

Espera-se encontrar violação de CP em muitos decaimentos de mésons B [12]. O modelo padrão pode fazer medidas precisas de violação de CP em alguns canais de decaimento do sistema de mésons B . Estes canais podem

ser usados para testar quantitativamente as previsões e para procurar uma física além do modelo padrão.

Descreve-se o formalismo para o sistema de mésons B no capítulo 3, onde também se mostra o caso específico do decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$. Este decaimento foi usado nesta tese para a obtenção do desempenho do experimento LHCb na medida de $\sin 2\beta$, onde β é um dos ângulos internos do triângulo unitário de CKM, que é descrito na seção 2.4.2.2.

2.4.2 Violação de CP no modelo padrão

O modelo padrão com três famílias de férmions acomoda todos os fenômenos de violação de CP observados até o momento, através da matriz de CKM (V_{CKM}), apresentada na seção 2.2.5 [12]. Esta matriz de mistura de *quarks* será descrita com mais detalhes na seção 2.4.2.1. A violação de CP neste modelo é consequência de uma fase complexa que existe na matriz de CKM. Mas, com o conhecimento atual, não se pode afirmar que a violação de CP observada na natureza é exatamente a prevista por esta fase do modelo padrão.

As observações independentes de violação de CP nos decaimentos de mésons B testarão a consistência da descrição do modelo padrão para a violação de CP.

Estas observações podem mostrar uma consistência entre as diferentes medidas e as previsões do modelo padrão. Isso determinaria completamente os parâmetros da matriz de CKM. Outra possibilidade é que não seja possível escolher elementos da matriz de CKM que sejam compatíveis com todas as medidas feitas. Neste caso, estas incompatibilidades indicariam a natureza das contribuições da física além do modelo padrão.

Espera-se encontrar algumas inconsistências entre as medidas obtidas e a violação de CP prevista no modelo padrão. Um dos motivos para isso vem da cosmologia [12]. As teorias mais aceitas nesta área preveem um número bariônico nulo no início do universo, onde atualmente existe um de-

seu equilíbrio entre matéria e anti-matéria. Muitas teorias explicam este desequilíbrio, que se originaria numa transição de fase fraca, a altas temperaturas [13]. Um dos três fatores fundamentais para que isso ocorra é a violação de CP [14]. Os outros dois fatores são a violação do número bariônico e o desequilíbrio térmico [15]. Extensões do modelo padrão podem acomodar estes três fatores. Mas o problema é que este modelo não consegue prever a quantidade de desequilíbrio matéria anti-matéria necessária para produzir a razão entre o número bariônico e a entropia observada no universo atual. A violação de CP prevista pelo modelo padrão é muito pequena para explicar a assimetria matéria anti-matéria observada no universo [16].

A bariogênese na escala de energia eletrofraca também é considerada em várias expansões do modelo padrão, que introduzem fontes adicionais de violação de CP, e com isso conseguem prever a razão atual entre o número bariônico e a entropia do universo.

2.4.2.1 A matriz de CKM

Os auto-estados de massa dos *quarks* não são iguais aos auto-estados fracos de interação e a matriz de CKM relaciona estas duas bases [76]. Esta matriz foi definida para seis *quarks* e existem várias parametrizações para ela.

O modelo padrão prediz que a matriz de CKM é unitária. Seus elementos podem ser complexos, e neste caso, ocorre violação de CP.

Por convenção, a mistura de *quarks* é representada pela matriz de CKM, matriz 3 x 3 unitária, que atua num auto-estado de massa de *quarks* de carga $-e/3$ (d, s e b):

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}$$

A amplitude de transição de um *quark* d para um *quark* u , por exemplo, é proporcional a V_{ud} e a de um *quark* u para um *quark* d é proporcional a

V_{ud}^* . O mesmo tipo de análise pode ser feito para os demais elementos da matriz de CKM.

Os valores de todos os elementos da matriz de CKM podem ser determinados através de decaimentos fracos dos *quarks* relevantes ou por espalhamentos inelásticos de neutrinos.

Resultados experimentais mostram que os elementos da matriz de CKM seguem uma estrutura bem definida. A ordem de magnitude destes elementos em termos do seno do ângulo de *Cabibbo* [47], $\lambda = \sin \theta_c = 0,22$ [48], é mostrada a seguir:

$$\begin{pmatrix} 1 & \lambda & \lambda^3 \\ \lambda & 1 & \lambda^2 \\ \lambda^3 & \lambda^2 & 1 \end{pmatrix}$$

Estes resultados experimentais mostram que as interações dentro de uma mesma família são favorecidas por *Cabibbo*, pois os elementos da diagonal da matriz de CKM independem de λ , e que as interações entre famílias são suprimidas por *Cabibbo*, já que os termos fora da diagonal da matriz de CKM dependem de λ .

A parametrização de *Wolfenstein* para a matriz de CKM usa uma expansão no seno do ângulo de *Cabibbo* (λ). A matriz de CKM nesta parametrização, até a terceira ordem em λ ($V_{CKM}^{(3)}$), é mostrada a seguir [49]:

$$V_{CKM} \approx V_{CKM}^{(3)} + \delta V_{CKM}$$

onde,

$$V_{CKM}^{(3)} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{\lambda^2}{2} & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \frac{\lambda^2}{2} & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\delta V_{CKM} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -iA^2\lambda^5\eta & 0 & 0 \\ A(\rho + i\eta)\frac{\lambda^5}{2} & (\frac{1}{2} - \rho)A\lambda^4 - iA\lambda^4\eta & 0 \end{pmatrix}$$

onde os parâmetros A , ρ e η são reais e de ordem 1. A fase de violação de CP é parametrizada por η . Para que haja violação de CP, é necessário que $\eta \neq 0$.

A matriz de CKM até a terceira ordem em λ ($V_{CKM}^{(3)}$) é suficiente para uma discussão qualitativa da violação de CP no sistema de mésons B . Para uma análise quantitativa, a correção em V_{cd} é importante para a oscilação do sistema de káons neutros e as correções em V_{td} e V_{ts} são importantes para o sistema de mésons B [49].

2.4.2.2 Os triângulos de unitariedade

A condição de unitariedade da matriz de CKM pode ser representada por nove equações, das quais seis podem ser expressas como triângulos unitários no plano complexo.

As seis relações de unitariedade da matriz de CKM que formam os seis triângulos unitários são listadas a seguir, junto com uma indicação do tamanho de cada lado em ordem de λ .

$$V_{ud}^* V_{us}(\lambda) + V_{cd}^* V_{cs}(\lambda) + V_{td}^* V_{ts}(\lambda^5) = 0$$

$$V_{cd}^* V_{ud}(\lambda) + V_{cs}^* V_{us}(\lambda) + V_{cb}^* V_{ub}(\lambda^5) = 0$$

$$V_{us}^* V_{ub}(\lambda^4) + V_{cs}^* V_{cb}(\lambda^2) + V_{ts}^* V_{tb}(\lambda^2) = 0$$

$$V_{cd}^* V_{td}(\lambda^4) + V_{cs}^* V_{ts}(\lambda^2) + V_{cb}^* V_{tb}(\lambda^2) = 0$$

$$V_{ud}^* V_{td} (\lambda^3) + V_{us}^* V_{ts} (\lambda^3) + V_{ub}^* V_{tb} (\lambda^3) = 0$$

$$V_{ub}^* V_{ud} (\lambda^3) + V_{cb}^* V_{cd} (\lambda^3) + V_{tb}^* V_{td} (\lambda^3) = 0$$

Se não houver violação de CP, todos os triângulos se degeneram em linhas. A descrição da violação de CP em termos de triângulos unitários é vantajosa, pois a mudança na parametrização da matriz de CKM e na convenção de fase para os *quarks* somente faz uma rotação de todo o triângulo no plano complexo, mantendo os lados e os ângulos relativos dentro do triângulo iguais. Portanto, os triângulos unitários são uma maneira independente de convenção de parametrizar a violação de CP no modelo padrão.

A maioria dos triângulos unitários possui lados muito diferentes. É muito difícil medir violação de CP nos decaimentos relacionados a estes triângulos, pois os dois lados maiores têm uma diferença de fase relativa pequena e, portanto, efeitos de violação de CP pequenos.

Dos seis triângulos unitários, somente dois possuem os três lados com tamanhos de mesma ordem. Na parametrização de *Wolfenstein* da matriz de CKM até a ordem de λ^3 estes dois triângulos são iguais. Eles estão representados na Fig. 2.1 (retirada de [49]) e estão relacionados a decaimentos de mésons B neutros.

Pela Fig. 2.1, pode-se ver que os três ângulos do triângulo unitário de CKM, relacionado ao sistema de mésons B , são α , β e γ . Na parametrização de *Wolfenstein*, o ângulo β se relaciona com os parâmetros da matriz de CKM desta parametrização da seguinte forma:

$$\sin \beta = \frac{\eta}{|1 - \rho - i\eta|}$$

Até a ordem de λ^3 , as únicas fases não nulas da matriz de CKM são β e γ e somente decaimentos que envolvam transições $b \rightarrow u$ e $d \rightarrow t$ podem violar CP. Estas fases podem ser medidas no sistema de mésons B neutros e serão obtidas pelo experimento LHCb. Uma parte do trabalho desta tese foi a obtenção do desempenho deste experimento na medida de $\sin 2\beta$ através

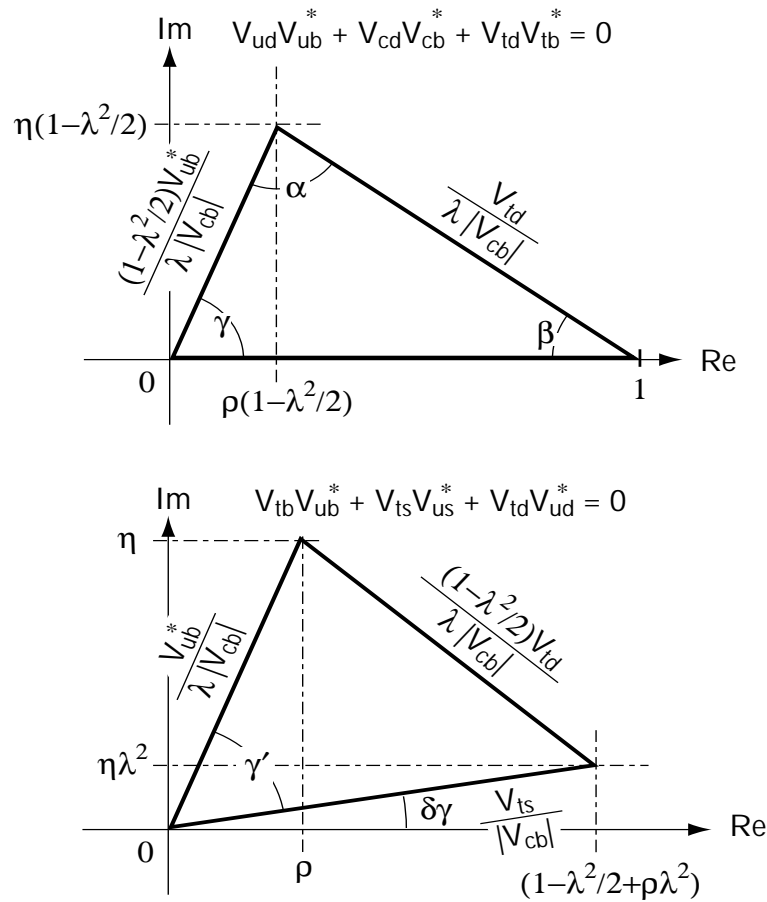


Figura 2.1: Triângulos de CKM para o sistema de mésons B neutros. V_{ij} são os elementos da matriz de CKM. λ , η e ρ são parâmetros usados na parametrização de Wolfenstein da matriz de CKM.

do decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$. Este trabalho é mostrado no capítulo 8.

2.4.2.3 Vínculos no triângulo unitário

Os módulos de oito dos nove elementos da matriz de CKM foram medidos diretamente, com precisões variadas. Seus valores atuais, retirados do PDG [76], estão listados a seguir:

- $|V_{ud}| = 0,9738 \pm 0,0005$ (medido por decaimentos nucleares β)
- $|V_{us}| = 0,2200 \pm 0,0026$ (medido por decaimentos semi-leptônicos de káons e *hyperons*)

- $|V_{cd}| = 0,224 \pm 0,012$ (medido por feixes de neutrinos e anti-neutrinos que produzem *quarks c*)
- $|V_{cs}| = 0,996 \pm 0,013$ (medido por decaimentos semi-leptônicos dos mésons *D*, por feixes de neutrinos que produzem *quarks c* ou pela razão de decaimentos hadrônicos *W* por decaimentos leptônicos)
- $|V_{cb}| = 0,0413 \pm 0,0015$ (medido por decaimentos semi-leptônicos dos mésons *B*)
- $|V_{ub}| = 0,00367 \pm 0,00047$ (medido por decaimentos semi-leptônicos dos mésons *B*)
- $|V_{tb}|^2 / (|V_{td}|^2 + |V_{ts}|^2 + |V_{tb}|^2) = 0,94^{+0,31}_{-0,24}$ (medido por decaimentos semi-leptônicos com *quarks t*)

O triângulo unitário relacionado a decaimentos de mésons *B* neutros permite que se combine os vínculos das medidas dos módulos dos elementos da matriz de CKM com os resultados experimentais de violação de CP.

Um dos vínculos é obtido através de processos que envolvem mudança de sabor e que não envolvem violação de CP. O valor medido de $\Delta M_{B_d} = (0,502 \pm 0,007) ps^{-1}$ para a mistura $B_d^0 - \bar{B}_d^0$ está relacionado com $|V_{tb}^* V_{td}| = (0,0083 \pm 0,0016)$.

Outro vínculo relacionado ao mesmo tipo de processo é obtido pela razão da diferença de massa do sistema $B_s^0 - \bar{B}_s^0$ pela diferença de massa do sistema $B_d^0 - \bar{B}_d^0$. Esta razão está relacionada com os elementos da matriz de CKM pela seguinte expressão:

$$\frac{\Delta M_{B_s}}{\Delta M_{B_d}} = \frac{M_{B_s}}{M_{B_d}} \frac{\hat{B}_{B_s} f_{B_s}^2}{\hat{B}_{B_d} f_{B_d}^2} \frac{|V_{tb}^* V_{ts}|^2}{|V_{tb}^* V_{td}|^2}$$

A partir de resultados experimentais, pode-se obter da expressão anterior o vínculo $|V_{td}| / |V_{ts}| < 0,25$. Considerando a existência de apenas três famílias de *quarks*, tem-se que $|V_{ts}| \approx |V_{cb}|$. Com esta nova condição, o vínculo anterior fica igual a $V_{td} < 0,011$.

Ao considerar processos que envolvem violação de CP, existem alguns vínculos para o vértice do triângulo unitário. A violação de CP no sistema de káons neutros e as restrições para as magnitudes dos elementos da matriz de CKM formam estes vínculos. Por exemplo, há o vínculo do parâmetro ϵ de violação de CP no sistema de káons neutros, que obriga o vértice a estar numa hipérbole para valores fixos dos elementos da matriz hadrônica, que não são bem conhecidos [17–19].

No sistema de mésons B , para assimetrias de violação de CP destes mésons que decaem em auto-estados de CP, as interferências entre as amplitudes de decaimento da mistura e do decaimento direto para alguns estados finais relacionam diretamente as assimetrias do decaimento com o seno de um dos ângulos internos do triângulo unitário (α , β e γ) [20, 21].

As fábricas de B já obtiveram resultados para $\sin 2\beta$, cuja média mundial atual é [22, 33–37]:

$$\sin 2\beta = 0,736 \pm 0,049$$

Na Fig. 2.2, retirada do PDG [76], estão indicados todos os vínculos mencionados anteriormente ($|V_{tb}^* V_{td}|$, $|V_{td}| / |V_{ts}|$, $\sin 2\beta$ e ϵ), além de $|V_{ub}|$.

O limite inferior de ΔM_s e o valor de ΔM_d indicam que o vértice está no primeiro quadrante. Todos os vínculos se superpõem numa pequena área deste quadrante, com o sinal de ϵ medido no sistema de káons em concordância com o sinal de $\sin 2\beta$ medido no sistema de mésons B . O vértice do triângulo unitário de CKM deve estar dentro desta pequena área delimitada por todos os vínculos.

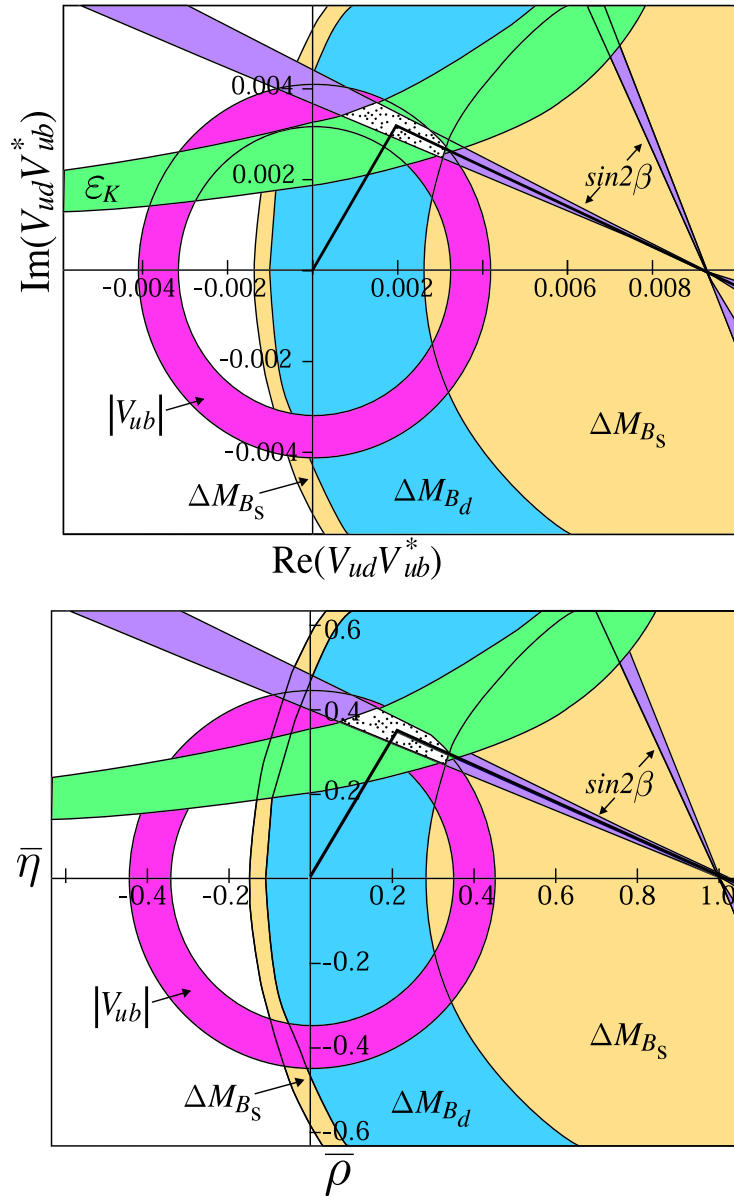


Figura 2.2: Vínculos para a posição do vértice do triângulo unitário de CKM, ϵ_K , $\sin 2\beta$, $|V_{ub}^* V_{td}|$ e $|V_{td}| / |V_{ts}|$. Um triângulo unitário com o vértice na região preferencial delimitada pelos vínculos é mostrado na figura.

Capítulo 3

Formalismo para o Sistema de Mésons B Neutros

3.1 Introdução

A violação de CP foi prevista nos decaimentos dos mésons B e foi medida recentemente pelas fábricas de B [30, 31, 34–37], cuja descrição encontra-se no capítulo 4.

O colisor LHC, também descrito no capítulo 4, começará a operar em 2007 no CERN. O detetor LHCb, descrito no capítulo 5, foi projetado para detetar eventos de todos os tipos de mésons B com alta estatística. Os parâmetros do modelo padrão serão obtidos por diferentes decaimentos de mésons B com uma boa precisão. Isso permitirá que se teste este modelo e que se encontrem indícios de uma física nova.

É muito importante que $\sin 2\beta$ seja medido com boa precisão. Além de ser um vínculo para o vértice do triângulo unitário de CKM, como descrito no capítulo 2, a medida de outros parâmetros, como os ângulos α e γ do triângulo de CKM, dependem da medida do ângulo β do triângulo de CKM.

Um dos trabalhos de pesquisa desta tese mostra, no capítulo 8, que após um ano de tomada de dados, o experimento LHCb obterá aproximadamente metade ($\approx 0,02$) do valor atual da precisão de $\sin 2\beta$. Além disso, este valor obtido pelo experimento LHCb será aproximadamente igual ao valor esperado para a combinação dos resultados de todos os outros experimentos realizados no mundo todo até esta época.

3.2 Formalismo para o sistema de mésons B

Nesta seção, descreve-se o formalismo para a violação de CP no sistema de mésons B , com destaque especial para o decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$, que foi usado nesta tese para a obtenção da precisão do experimento LHCb para $\sin 2\beta$, como pode ser visto no capítulo 8.

Pode-se encontrar uma revisão completa da violação de CP, tanto para o sistema de mésons B como para os demais sistemas, em [9] e [10].

O formalismo para a violação de CP no sistema de mésons B é apresentado de forma que se possa aplicar tanto para os mésons B_d^0 como para os mésons B_s^0 [49,60]. Neste formalismo, os símbolos B^0 e \bar{B}^0 representam os estados de partícula e anti-partícula, respectivamente, tanto para B_d^0 como para B_s^0 .

Os mésons B são produzidos pela hadronização de *quarks* com sabor definido ($B_{d(s)}^0 = \bar{b}d(s)$ e $\bar{B}_{d(s)}^0 = b\bar{d}(\bar{s})$).

Os auto-estados de sabor não são os auto-estados de massa dos mésons B devido às interações eletrofracas. Os auto-estados de sabor (B^0 e \bar{B}^0) se misturam para formar os auto-estados de massa (B_h e B_l), que são:

$$|B_{l(h)}\rangle = \frac{1}{\sqrt{p^2 + q^2}} [p |B^0\rangle + (-)q |\bar{B}^0\rangle] \quad (3.1)$$

A amplitude do decaimento $B^0 \rightarrow f$ é:

$$A_f(t) \propto \langle f | H | B^0(t) \rangle$$

onde H é a hamiltoniana de interação.

Para o decaimento $\bar{B}^0 \rightarrow f$, tem-se para a amplitude de decaimento:

$$\bar{A}_f(t) \propto \langle f | H | \bar{B}^0(t) \rangle$$

A taxa de decaimento para $B^0 \rightarrow f$ é:

$$R_f(t) \propto |\langle f | H | B^0(t) \rangle|^2$$

Para o decaimento $\bar{B}^0 \rightarrow f$, a taxa de decaimento é:

$$\bar{R}_f(t) \propto |\langle f | H | \bar{B}^0(t) \rangle|^2$$

As expressões gerais para as taxas de decaimento dependentes do tempo

para os estados iniciais B^0 ($R_f(t)$) e \bar{B}^0 ($\bar{R}_f(t)$), que decaem num estado final f no tempo t podem ser escritas da seguinte forma:

$$R_f(t) \propto \frac{|A_f|^2}{2} e^{-\Gamma t} [I_+(t) + I_-(t)] \quad (3.2)$$

$$\bar{R}_f(t) \propto \frac{|A_f|^2}{2} \left| \frac{p}{q} \right|^2 e^{-\Gamma t} [I_+(t) - I_-(t)] \quad (3.3)$$

onde A_f é a amplitude de decaimento instantânea para $B^0 \rightarrow f$ e Γ é a largura média de decaimento para os dois auto-estados de massa (B_h e B_l).

As funções dependentes do tempo $I_+(t)$ e $I_-(t)$ são:

$$I_+(t) = (1 + |\eta|^2) \cosh\left(\frac{\Delta\Gamma}{2}t\right) - 2\text{Re}(\eta) \sinh\left(\frac{\Delta\Gamma}{2}t\right) \quad (3.4)$$

$$I_-(t) = (1 - |\eta|^2) \cos(\Delta mt) - 2\text{Im}(\eta) \sin(\Delta mt) \quad (3.5)$$

e:

$$\Gamma = \frac{\Gamma_l + \Gamma_h}{2} \quad (3.6)$$

$$\Delta m = m_h - m_l \quad (3.7)$$

$$\Delta\Gamma = \Gamma_l - \Gamma_h \quad (3.8)$$

$$\eta = \frac{q \bar{A}_f}{p A_f} \quad (3.9)$$

onde \bar{A}_f é a amplitude de decaimento instantânea para $\bar{B}^0 \rightarrow f$.

As expressões gerais para as taxas de decaimento dependentes do tempo para os estados iniciais B^0 ($R_{\bar{f}}(t)$) e \bar{B}^0 ($\bar{R}_{\bar{f}}(t)$) e para os estados finais conjugados de CP (\bar{f}) no tempo t são:

$$\bar{R}_{\bar{f}}(t) \propto \frac{|\bar{A}_{\bar{f}}|^2}{2} e^{-\Gamma t} [\bar{I}_+(t) + \bar{I}_-(t)] \quad (3.10)$$

$$R_{\bar{f}}(t) \propto \frac{|A_{\bar{f}}|^2}{2} \left| \frac{q}{p} \right|^2 e^{-\Gamma t} [\bar{I}_+(t) - \bar{I}_-(t)] \quad (3.11)$$

onde $\bar{A}_{\bar{f}}$ e $A_{\bar{f}}$ são as amplitudes de decaimento instantâneas para $\bar{B}^0 \rightarrow \bar{f}$ e $B^0 \rightarrow \bar{f}$, respectivamente, e as funções dependentes do tempo $\bar{I}_+(t)$ e $\bar{I}_-(t)$ são:

$$\bar{I}_+(t) = (1 + |\bar{\eta}|^2) \cosh\left(\frac{\Delta\Gamma}{2}t\right) - 2\text{Re}(\bar{\eta}) \sinh\left(\frac{\Delta\Gamma}{2}t\right) \quad (3.12)$$

$$\bar{I}_-(t) = (1 - |\bar{\eta}|^2) \cos(\Delta mt) - 2\text{Im}(\bar{\eta}) \sin(\Delta mt) \quad (3.13)$$

onde $\bar{\eta}$ é:

$$\bar{\eta} = \frac{p A_{\bar{f}}}{q \bar{A}_{\bar{f}}} \quad (3.14)$$

As assimetrias das taxas de decaimento dependentes do tempo são definidas como:

$$A_f(t) = \frac{R_f(t) - \bar{R}_f(t)}{R_f(t) + \bar{R}_f(t)} \quad (3.15)$$

$$A_{\bar{f}}(t) = \frac{R_{\bar{f}}(t) - \bar{R}_{\bar{f}}(t)}{R_{\bar{f}}(t) + \bar{R}_{\bar{f}}(t)} \quad (3.16)$$

Experimentalmente é melhor estudar as assimetrias das taxas de decaimento dependentes do tempo a estudar as taxas de decaimento individuais. Quando se utilizam as assimetrias, cancelam-se possíveis efeitos dos detetores nas taxas de decaimento individuais.

Quando o estado final f é um auto-estado de CP, os estados finais f e \bar{f} são iguais. Neste caso, as assimetrias $A_f(t)$ e $A_{\bar{f}}(t)$ são assimetrias de CP e $A_f(t) = A_{\bar{f}}(t)$. Para que ocorra violação de CP, estas assimetrias devem ser não nulas. Existem três condições para que as assimetrias sejam diferentes de zero. São elas:

- $|A_f| \neq |\bar{A}_f| \rightarrow$ violação de CP nas amplitudes de decaimento

- $|\frac{p}{q}| \neq 1 \rightarrow$ violação de CP nas oscilações
- $\Im m(\eta) \neq 0 \rightarrow$ violação de CP na interação entre decaimentos e oscilações

A violação de CP nas oscilações pode ocorrer mesmo que não ocorra violação de CP nas amplitudes de decaimento. A condição para que ocorra violação de CP nas oscilações, $|\frac{p}{q}| \neq 1$, implica em taxas de oscilação diferentes para $B^0 \rightarrow \bar{B}^0$ e $\bar{B}^0 \rightarrow B^0$.

A violação de CP na interação entre decaimentos e oscilações pode ocorrer mesmo que não ocorra violação de CP nas amplitudes e violação de CP nas oscilações. Neste caso de violação de CP, contribuem decaimentos diretos ou indiretos (oscilações dos mésons B^0 e \bar{B}^0) para o estado final f .

As medidas das assimetrias de CP são obtidas pela reconstrução dos estados finais f , a partir das informações dos sub-detetores. Para a obtenção destas medidas é importante fazer a identificação de sabores (*tag*) dos mésons B que decaem nos estados finais f , ou seja, é importante saber se os estados finais foram produzidos no decaimento de méson B^0 ou de méson \bar{B}^0 . O processo de identificação de sabores (*tag*) dos mésons B do experimento LHCb é descrito no capítulo 5.

3.3 Física do Decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$

Os aspectos teóricos da violação de CP para o decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s^0(\pi^+\pi^-)$ são abordados nesta seção com base nas referências [49, 60].

Este decaimento é uma transição de auto-estado de CP = -1 e se origina, em nível de *quark*, do decaimento $\bar{b} \rightarrow c\bar{c}\bar{s}$.

As contribuições para o decaimento analisado são dominadas pelo diagrama árvore com $V_{cb}^*V_{cs}$. Existem algumas contribuições do diagrama pingüim. A contribuição dominante do diagrama pingüim possui fase de CKM $V_{tb}^*V_{ts}$, que tem a mesma fase fraca que o diagrama árvore. Os

diagramas árvore e pingüim para o decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s^0(\pi^+\pi^-)$ podem ser vistos na Fig. 3.1. Pode-se supor neste caso que não há violação de CP na amplitude de decaimento.

A razão das amplitudes do decaimento $\bar{B}^0 \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$, $\bar{A}_{J/\psi K_s}$, e do decaimento $B^0 \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$, $A_{J/\psi K_s}$, é dada por:

$$\frac{\bar{A}_{J/\psi K_s}}{A_{J/\psi K_s}} = - \frac{(V_{cb}^* V_{cs} V_{us}^* V_{ud})^2}{|V_{cb}^* V_{cs} V_{us}^* V_{ud}|^2}$$

O ângulo β do triângulo unitário de CKM está relacionado com o parâmetro η das funções dependentes do tempo $I_+(t)$ e $I_-(t)$, que aparecem nas expressões das taxas de decaimento dependentes do tempo $R_f(t)$ e $\bar{R}_f(t)$, mostradas na seção 3.2. Pela parametrização de *Wolfenstein*, descrita no capítulo 2, tem-se para o modelo padrão:

$$\text{Im}(\eta) = \sin 2\beta$$

Como:

$$\eta = \frac{q \bar{A}_{J/\psi K_s}}{p A_{J/\psi K_s}}$$

tem-se para $\text{Im}(\eta)$:

$$\text{Im}(\eta) = - \text{Im} \frac{(V_{td}^* V_{tb} V_{cb}^* V_{cs} V_{us}^* V_{ud})^2}{|V_{td}^* V_{tb} V_{cb}^* V_{cs} V_{us}^* V_{ud}|^2} = \sin 2\beta$$

As expressões gerais para as taxas de decaimento dependentes do tempo para o B^0 inicial, $R_f(t)$, e para o \bar{B}^0 inicial, $\bar{R}_f(t)$, que decaem no estado final de CP $f = J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$ no tempo t , podem ser escritas como foi mostrado na seção anterior:

$$R_{J/\psi K_s}(t) \propto \frac{|A_{J/\psi K_s}|^2}{2} e^{-\Gamma t} [I_+(t) + I_-(t)] \quad (3.17)$$

$$\bar{R}_{J/\psi K_s}(t) \propto \frac{|A_{J/\psi K_s}|^2}{2} \left| \frac{p}{q} \right|^2 e^{-\Gamma t} [I_+(t) - I_-(t)] \quad (3.18)$$

com

$$I_+(t) = (1 + |\eta|^2) \cosh\left(\frac{\Delta\Gamma}{2}t\right) - 2\text{Re}(\eta) \sinh\left(\frac{\Delta\Gamma}{2}t\right) \quad (3.19)$$

$$I_-(t) = (1 - |\eta|^2) \cos(\Delta m t) - 2\text{Im}(\eta) \sin(\Delta m t) \quad (3.20)$$

Mesmo na presença de física além do modelo padrão, as seguintes hipóteses podem ser feitas para o decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s^0(\pi^+\pi^-)$:

$$\Delta\Gamma = 0 \quad (3.21)$$

$$\frac{A_f}{\bar{A}_f} = -1 \quad (3.22)$$

Além disso, sob as mesmas condições, a aproximação $|q/p| \approx 1$ é válida dentro de 10^{-3} .

Como o estado final $f = J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$ do decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s^0(\pi^+\pi^-)$ é um auto-estado de CP, ele é igual ao seu conjugado e a assimetria deste decaimento será uma assimetria de CP.

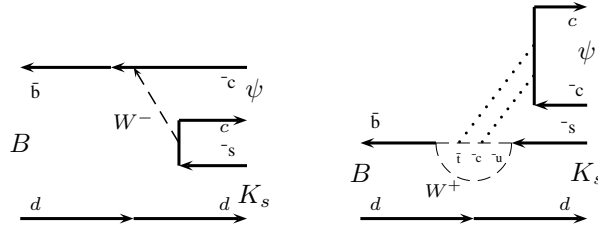


Figura 3.1: Diagrama de Feynman árvore (esquerda) e diagrama de Feynman pingüim (direita) que contribuem para o decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s^0(\pi^+\pi^-)$. As linhas pontilhadas no diagrama pingüim representam uma troca de cor no singlete.

A expressão para a assimetria de CP da taxa de decaimento dependente do tempo para o decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s^0(\pi^+\pi^-)$ é, conforme mostrado na seção anterior:

$$A_{J/\psi K_s}(t) = \frac{R_{J/\psi K_s}(t) - \bar{R}_{J/\psi K_s}(t)}{R_{J/\psi K_s}(t) + \bar{R}_{J/\psi K_s}(t)} \quad (3.23)$$

A assimetria de CP do decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s^0(\pi^+\pi^-)$ pode ser escrita, de maneira geral, da seguinte forma:

$$\mathcal{A}^{\text{CP}} = \mathcal{A}^{\text{dir}} \cos \Delta mt + \mathcal{A}^{\text{mix}} \sin \Delta mt \quad (3.24)$$

onde o termo \mathcal{A}^{dir} está relacionado com a violação de CP direta e o termo \mathcal{A}^{mix} está relacionado com a violação de CP induzida pela mistura. No modelo padrão, estes termos são iguais a zero e $\sin 2\beta$, respectivamente. Além do modelo padrão, entretanto, o primeiro termo é muito pequeno e o segundo é um $\sin 2\beta$ efetivo ($\sin 2\beta_{\text{eff}}$).

Ao levar em consideração todas as hipóteses anteriores, bem como a aproximação mencionada, a assimetria de CP do decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s^0(\pi^+\pi^-)$ pode ser escrita, na presença de física nova, da seguinte forma:

$$A(t) = -\frac{(1 - |\eta|^2)}{(1 + |\eta|^2)} \cos(\Delta mt) + \frac{2\text{Im}(\eta)}{(1 + |\eta|^2)} \sin(\Delta mt) \quad (3.25)$$

Um dos trabalhos de pesquisa desta tese, descrito no capítulo 8, obteve o desempenho do experimento LHCb na medida de $\text{Im}(\eta)$, que é igual a $\sin 2\beta$ no modelo padrão, e o desempenho na medida de $|\eta|$, que é igual a 1 no modelo padrão, e conseqüentemente $\mathcal{A}^{\text{dir}} = 0$ neste modelo. Estes parâmetros foram obtidos por um ajuste da assimetria de CP para o decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s^0(\pi^+\pi^-)$, feito com a expressão 3.25.

Capítulo 4

Revisão Experimental

4.1 Fábricas de B

As fábricas de B são experimentos projetados para estudar a física dos *quarks* b . Seu objetivo principal é estudar a violação de CP no sistema de mésons B e as demais características deste sistema. Elas vão investigar a assimetria matéria anti-matéria observada no universo e tentarão entender porque ele é dominado por matéria [38, 40].

Alguns resultados interessantes, como por exemplo a medida de $\sin 2\beta$, já foram obtidos nas fábricas de B . Apesar disso, a faixa de energia em que elas operam não permite a produção do bárion Λ_b e de pares de mésons $B_s\bar{B}_s$. Além disso, a estatística das colisões de feixes de léptons e^+e^- das fábricas de B é muito menor do que a estatística das colisões de feixes de hádrons dos experimentos planejados para o estudo do sistema de mésons B , que são: $BTeV$, CMS , $ATLAS$ e $LHCb$. Nas fábricas de B são produzidos cerca de 10^8 pares de mésons B em um ano de operação. Nos experimentos $LHCb$ e $BTeV$, por outro lado, serão produzidos cerca de 10^{12} pares de mésons B por ano de tomada de dados dos experimentos.

Nesta seção será feita uma breve descrição das fábricas de B .

4.1.1 BaBar

Este experimento usa o colisor assimétrico $PEP-II$ [39] do *Stanford Linear Accelerator Center* (SLAC), que colide um feixe de elétrons de 9 GeV com um feixe de pósitrons de $3,1\text{ GeV}$ [38].

O detetor BaBar possui um detetor de vértices de silício, uma câmara de deriva, um sistema de identificação de partículas, um calorímetro eletromagnético e um magneto.

O resultado mais recente do Babar para a medida de $\sin 2\beta$ é [33]:

$$\sin 2\beta = 0,741 \pm 0,067 \pm 0,03$$

4.1.2 Belle

Este experimento usa o colisor assimétrico KEKB [41], que colide feixes de elétrons de 8 GeV com feixes de pósitrons de $3,5 \text{ GeV}$ [40].

O detetor Belle possui um detetor de vértices, um sistema de determinação de traços (sistema de *tracking*), um sistema de identificação de partículas, um calorímetro eletromagnético, um detetor de múons e de K_L e um sistema de gatilho (sistema de *trigger*).

O resultado mais recente do Belle para a medida de $\sin 2\beta$ é [33]:

$$\sin 2\beta = 0,733 \pm 0,057 \pm 0,028$$

4.2 Experimentos em andamento

Além das fábricas de B , existem outros experimentos em curso para o estudo do sistema de mésons B . Eles são apresentados nesta seção.

4.2.1 Collider Detector at Fermilab (CDF)

O objetivo deste experimento [42] é descobrir a identidade e as propriedades das partículas que constituem o universo e entender as forças e as interações entre elas.

Este experimento usa o colisor *Tevatron* do *Fermi National Accelerator Laboratory* (*Fermilab*), que colide feixes de prótons com feixes de anti-prótons.

O experimento se divide em duas etapas. A primeira (RUN1) operou numa faixa de energia de $1,8 \text{ TeV}$ e a segunda (RUN2) opera numa faixa de $1,96 \text{ TeV}$.

O detetor CDF possui um detetor de vértices, um magneto, uma câmara de deriva, um calorímetro, uma câmara de múons e um sistema de gatilho.

4.2.2 DØ

Este experimento [43] usa o colisor *Tevatron*, que colide feixes de prótons com feixes de anti-prótons. A primeira etapa do experimento (RUN1) operou com uma energia de $1,8 \text{ TeV}$ e a segunda etapa (RUN2) opera com uma energia de $1,96 \text{ TeV}$.

O experimento tem o objetivo de estudar as interações entre prótons e anti-prótons numa faixa de energia alta.

O detetor DØ possui um sistema de determinação de traços, um calorímetro, um sistema de múons e um sistema de gatilho.

Este experimento descobriu o *quark t*.

4.3 Experimentos planejados

Existem alguns experimentos projetados para estudar a física dos *quarks b* no futuro. O objetivo principal é o estudo da violação de CP no sistema de mésons *B* e das demais características deste sistema. Eles vão desafiar a explicação do modelo padrão para a violação de CP e para os decaimentos raros dos *quarks b* e *c* e vão tentar descobrir uma física além do modelo padrão [44].

Estes experimentos planejados foram projetados para operar numa faixa de energia que permite a produção de pares $B_s \bar{B}_s$ e de bárions Λ_b . As fábricas de *B* e os experimentos em andamento não operam numa faixa de energia que permita a produção destas partículas com estatística suficiente para o estudo dos seus decaimentos. Nos novos experimentos, por outro lado, elas serão produzidas com estatística suficiente para o estudo de alguns decaimentos importantes para a obtenção de parâmetros relevantes para o modelo padrão.

Os novos experimentos esperam medir com grande precisão todos os ângulos internos do triângulo de CKM (α , β e γ), bem como

outros parâmetros para o sistema de mésons B . Espera-se que estas medidas revelem fraquezas do modelo padrão que indiquem o caminho para uma teoria fundamental além deste modelo.

Por outro lado, na época em que se iniciará a tomada de dados dos experimentos planejados BTeV e LHCb, as fábricas de mésons B e os experimentos em andamento não terão estatística suficiente para resolver a discrepância do valor obtido pelo experimento Belle para a medida de $\sin 2\beta_{eff}$ com o decaimento $B \rightarrow \phi K_s$ em relação ao valor previsto pelo modelo padrão [33]. No caso do experimento Babar, o valor obtido para este parâmetro com o mesmo decaimento está de acordo com o valor previsto pelo modelo padrão. As fábricas de B também não poderão obter medidas precisas dos ângulos α e γ do triângulo de CKM. Para que a obtenção destas medidas com precisão seja possível, é necessário não só aumentar a estatística, mas também estudar todos os tipos de mésons B e isso será feito pelos novos experimentos.

Na Fig. 4.1 (retirada de [77]) pode-se ver as principais medidas de violação de CP obtidas pelas fábricas de B Belle e Babar para os processos do tipo $b \rightarrow c \bar{c} d$ [33]. Na Fig. 4.2 (retirada de [77]), por outro lado, pode-se ver as principais medidas de violação de CP obtidas pelas fábricas de B para os processos do tipo $b \rightarrow c \bar{c} s$ e $b \rightarrow s \bar{q} q$ [33].

O LHCb e os demais experimentos do LHC, que serão descritos nesta seção, iniciarão a sua tomada de dados em 2007. O BTeV, também descrito nesta seção, começará a funcionar em 2009. Nesta época, as fábricas de B e os experimentos em andamento já terão obtido medidas importantes dos parâmetros do modelo padrão com uma precisão melhor que a atual. Por exemplo, a medida mundial de $\sin 2\beta$ nesta época terá uma precisão de $\approx 0,025$ (obtida pelo decaimento $B_d \rightarrow J/\psi K_s$). A média mundial atual para esta medida, levando em consideração os resultados mais recentes é de [33, 77]:

$$\sin 2\beta = 0,736 \pm 0,049$$

Esta média mundial é um vínculo no ângulo β do triângulo de CKM,

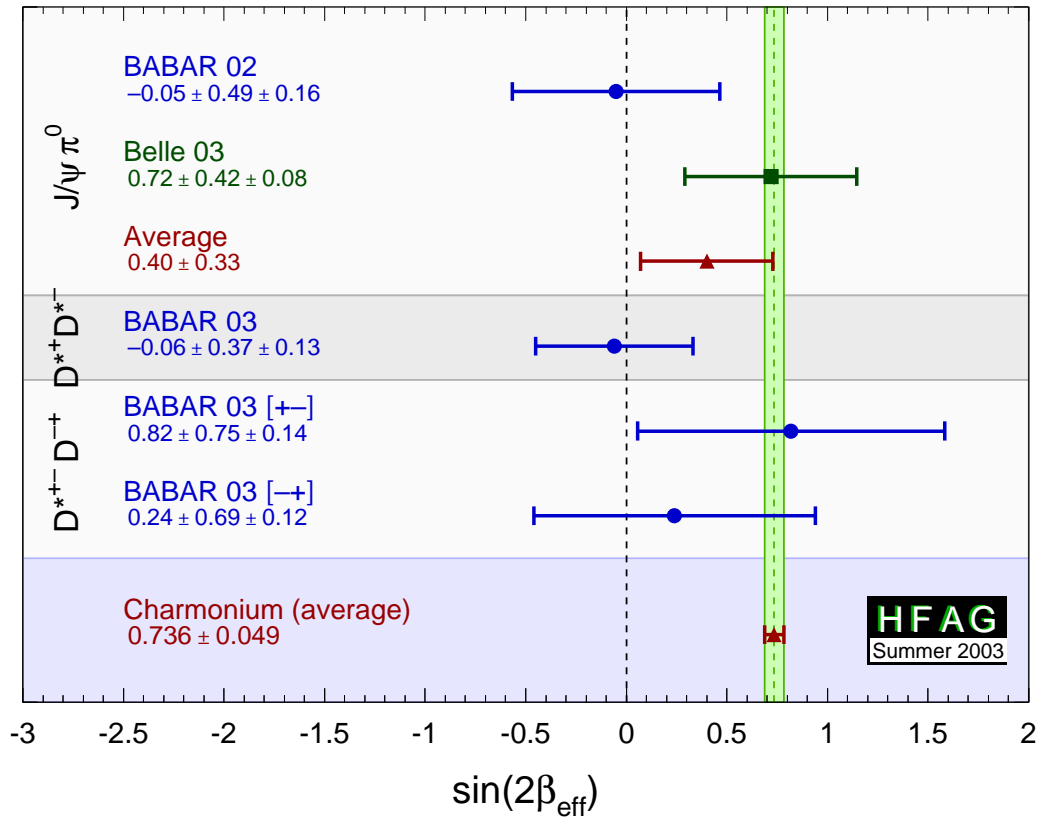


Figura 4.1: Resultados das medidas de $\sin 2\beta_{eff}$ obtidas pelas fábricas de B para os processos do tipo $b \rightarrow c \bar{c} d$.

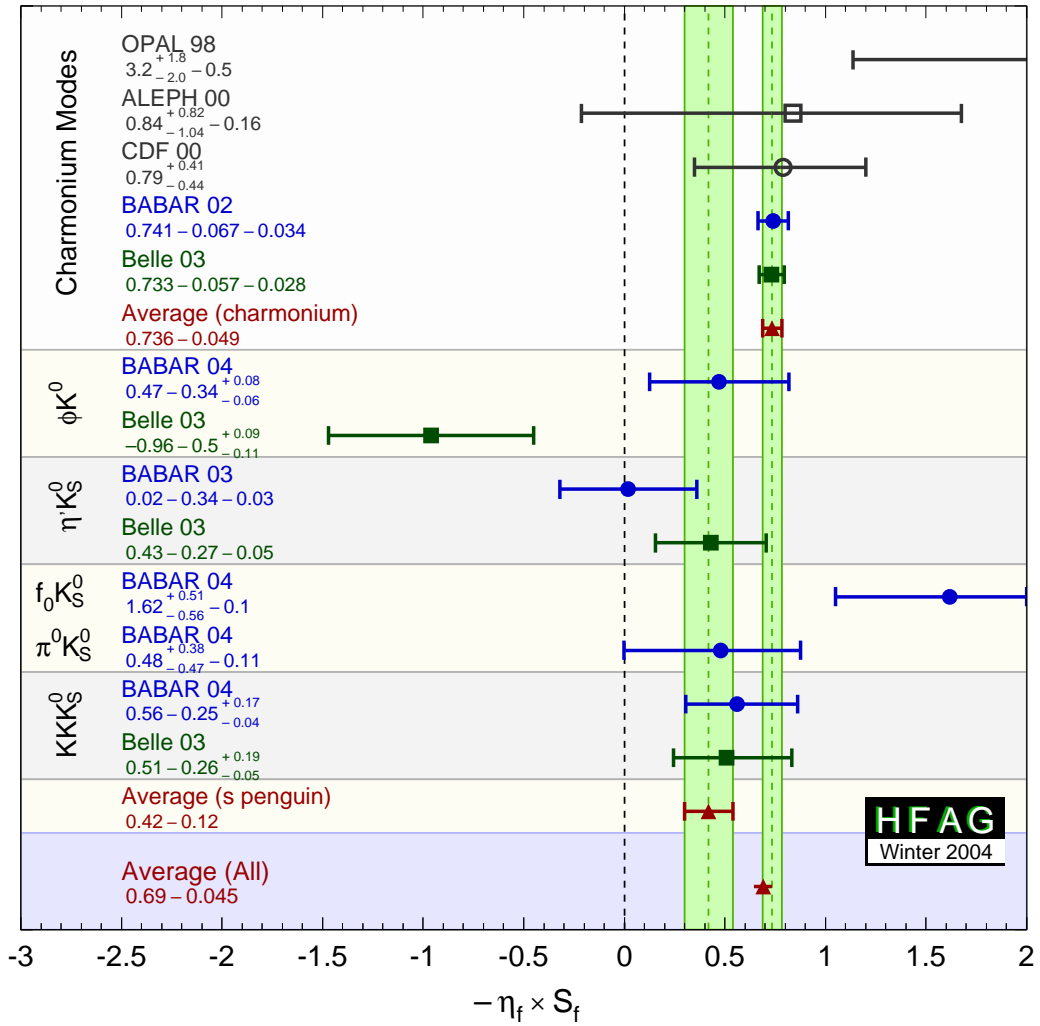


Figura 4.2: Resultados das medidas de $\sin 2\beta$ e de $\sin 2\beta_{eff}$ obtidas pelas f´abricas de B para os processos dos tipos $b \rightarrow c \bar{c} s$ e $b \rightarrow s \bar{q} q$.

como é mostrado no capítulo 2.

Uma das partes do trabalho desta tese consiste na análise do decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$ no experimento LHCb e na obtenção do desempenho deste experimento na obtenção da medida de $\sin 2\beta$, a partir deste decaimento. Como resultado do trabalho de tese, foi obtida, para um ano de tomada de dados do experimento LHCb, uma precisão para a medida de $\sin 2\beta$ de 0,022 [67]:

$$\sin 2\beta = 0,726 \pm 0,022$$

Isso mostra que com apenas um ano de tomada de dados, o experimento LHCb sozinho será capaz de medir $\sin 2\beta$ com a mesma precisão de todos os experimentos juntos até o momento do início da sua tomada de dados. Esta parte do trabalho de tese está descrita no capítulo 8.

Nesta seção encontra-se uma breve descrição dos experimentos planejados.

4.3.1 BTeV

Este experimento usará o colisor assimétrico *Tevatron*, que colidirá feixes de prótons com feixes de anti-prótons numa faixa de energia de 1,96 *TeV* [44].

O detector BTeV possui um detector de vértices, um magneto, um sistema de determinação de traços, um *Ring Imaging Cherenkov detector* (detector RICH), um calorímetro eletromagnético, uma câmara de múons e um sistema de gatilho. Ele terá um bom sistema de identificação de partículas carregadas, fará uma boa reconstrução de fótons e de π^0 , terá uma ótima resolução de tempo próprio e terá uma boa resolução de massa.

Este experimento ainda está em desenvolvimento e o início da tomada de dados está previsto para 2009.

4.3.2 LHC

O colisor *Large Hadron Collider* (LHC) [32] será formado por um tubo onde colidirão dois feixes de prótons com direções opostas. O túnel

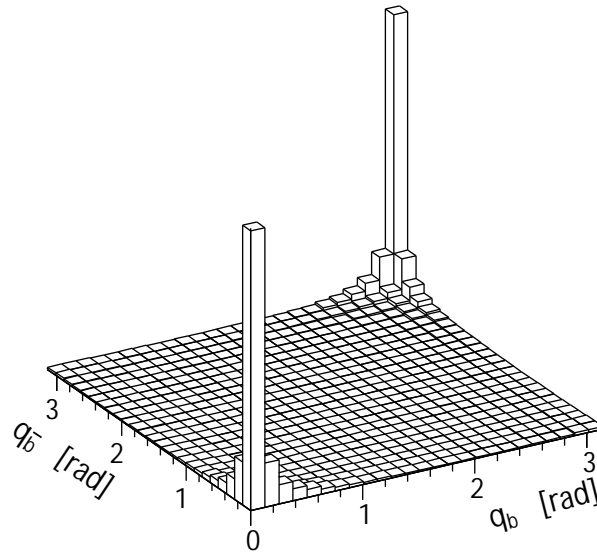


Figura 4.3: Ângulos polares dos mésons B e \bar{B} dos pares $b\bar{b}$ produzidos no LHCb. Os ângulos foram calculados por um gerador de eventos chamado PYTHIA.

do LEP e toda a infra-estrutura ao redor serão usados para a produção, o armazenamento e a aceleração dos prótons.

Os prótons serão acelerados inicialmente até uma energia de 50 MeV no acelerador linear LINAC. Depois, serão injetados no *proton synchrotron booster* (PSB), de onde sairão com uma energia de $1,4 \text{ GeV}$ para, em seguida, entrarem no *proton synchrotron* (PS), de onde sairão com uma energia de 26 GeV . Por último, os prótons passarão pelo *super proton synchrotron* (SPD), de onde sairão com energias de 450 GeV . No LHC, então, ocorrerá a aceleração final até a energia de 7 TeV .

Serão produzidos 10^{12} pares $b\bar{b}$ por ano de operação a uma luminosidade de $10^{34} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ e estes pares são produzidos predominantemente na região frontal, como pode ser visto na Fig. 4.3.

Os experimentos que serão realizados com o colisor LHC no CERN vão procurar por fenômenos previstos teoricamente. Mas eles também deverão ser capazes de detetar processos considerados improváveis pelos modelos teóricos atuais. Isto exige cuidado no desenvolvimento da estrutura do colisor, pois ele deve ser flexível a possíveis adaptações e atualizações.

As tendências teóricas atuais indicam que numa ordem de energia de

TeV deve aparecer uma física nova além do modelo padrão [23]. Mas, os eventos que indicam a presença desta física são raros. Para encontrá-los, portanto, eles devem ser produzidos numa taxa alta. Por isso, decidiu-se que feixes de prótons com energia de $7 TeV$ e alta luminosidade colidiriam no colisor LHC. Os prótons foram escolhidos porque eles não sofrem uma perda considerável de energia por radiação síncrotron, devido à sua grande massa.

Ao colidir dois feixes de partículas, a luminosidade é definida como $L = N_1 N_2 / (A.t)$, onde N_1 e N_2 são os números de partículas nas nuvens dos feixes, A é a área da região de interação transversal à direção do feixe e t é o tempo entre as colisões de nuvens do feixe.

Colisões do tipo pp foram escolhidas ao invés de colisões do tipo $p\bar{p}$, pois a produção de anti-prótons tem uma eficiência baixa. Isso dificultaria a obtenção da luminosidade nominal desejada, que é da ordem de $10^{34} cm^{-2} s^{-1}$.

Além das colisões do tipo pp, colisões de íons poderão ser feitas com uma energia de centro de massa de $1250 TeV$. Esta energia é muito maior do que a dos aceleradores de íons em operação atualmente no CERN [24].

Foram aprovados cinco experimentos para o LHC. Eles são descritos nesta sub-seção.

4.3.2.1 Compact Muon Solenoid (CMS)

Neste experimento [25], indícios de física além do modelo padrão serão procurados, através de medidas precisas dos parâmetros deste modelo e da identificação de múons, de elétrons e de fótons numa larga faixa de energia. Dentre os principais objetivos do experimento, encontram-se a procura do bóson de *Higgs* do modelo padrão, a procura de partículas supersimétricas, a medida de violações de CP e a procura de sinais de deconfinamento em colisões de íons pesados.

4.3.2.2 *Total Cross Section, Elastic Scattering and Diffraction Dissociation at the LHC (TOTEM)*

Neste experimento [26], serão medidos a seção de choque total de espalhamento elástico e a seção de choque total de processos de difração no LHC. As seções de choque serão medidas através da detecção simultânea de espalhamento elástico com pequenas transferências de momento e de interações inelásticas.

4.3.2.3 *A Toroidal LHC Apparatus (ATLAS)*

Neste experimento [27], se procurará a origem do mecanismo de quebra espontânea de simetria, tanto no modelo padrão quanto em modelos supersimétricos. Com isso, se estudará a violação de CP nos decaimentos de mésons B e se procurará alguns tipos de partículas, como o bóson de *Higgs*, os bósons pesados, os *leptoquarks*, as partículas supersimétricas, etc.

4.3.2.4 *A Large Ion Collider Experiment (ALICE)*

O objetivo principal deste experimento [28] é estabelecer e estudar a formação de uma nova fase da matéria, o plasma de *quarks* e glúons. Indícios desta transição de fase foram recentemente descobertos nos experimentos do CERN [29].

4.3.2.5 *Large Hadron Collider Beauty Experiment for Precision Measurements of CP-Violation and Rare Decays (LHCb)*

O experimento LHCb [49] tem como objetivo medir com alta precisão a violação de CP e os decaimentos raros do sistema de mésons B . Este experimento é descrito com detalhes no próximo capítulo.

Capítulo 5

O Detetor LHCb

5.1 Experimento LHCb

O experimento LHCb [49] é dedicado ao estudo da física dos *quarks b*. Ele foi projetado para estudar com alta precisão a violação de CP e outros fenômenos raros nos decaimentos dos mésons *B*. Isso permitirá um bom conhecimento da física de sabor dos *quarks* no modelo padrão e poderá revelar sinais de física além deste modelo. Para atingir estes objetivos, o detetor do experimento LHCb precisa de uma alta eficiência de reconstrução de traços e de uma boa separação π -*K*. Estas partículas podem ter desde alguns *GeV/c* até aproximadamente 100 *GeV/c*. O detetor também precisa de uma boa resolução de tempo próprio (≈ 40 *fs*) e de altas eficiências de gatilho (*trigger*).

O detetor LHCb será descrito nas próximas seções deste capítulo e todas as figuras mostradas foram retiradas dos relatórios técnicos dos seus sub-detetores [50–59].

5.2 Detetor LHCb reotimizado

O detetor LHCb [49], descrito inicialmente e aprovado em setembro de 1998, foi projetado para garantir as exigências do experimento LHCb: alta eficiência de reconstrução de traços, boa separação π -*K*, boa resolução de tempo próprio e altas eficiências do sistema de gatilho. Apesar disso, este detetor foi reotimizado para reduzir a quantidade de material atravessada por

uma partícula e para melhorar o desempenho do sistema de gatilho, com o menor custo possível.

Quanto maior for a quantidade de material no detetor, mais se deteriora a sua capacidade de detecção de elétrons e de fótons, mais espalhamentos múltiplos de partículas carregadas ocorrem e maior é a ocupação das estações do sistema de determinação de traços (sistema de *tracking*). Isso leva a uma diminuição do número de mésons B reconstruídos, mesmo mantendo alta a eficiência do algoritmo de determinação de traços para os que atravessam todo o espectrômetro.

O detetor LHCb reotimizado pode ser visto na Fig. 5.1 [58]. Ele possui o tubo do feixe, o detetor de vértices (*Vertex Locator* - VELO) [54], o dipolo magnético [50], o sistema de determinação de traços (sistema de *tracking*) com as estações TT e T1-T3 [55, 57], o sistema de *Ring Imaging Cherenkov detector* (RICH) com os detetores de imagens de anéis de *Cherenkov* RICH1 e RICH2 [52], o sistema de calorímetros [51], que engloba o detetor cintilante (*Scintillating Pad Detector* - SPD), o pré chuveiro (*Preshower* - PS), o calorímetro eletromagnético (ECAL) e o calorímetro hadrônico (HCAL), e o sistema de múons com as estações M1-M5 [53].

O sistema de gatilho do experimento LHCb [58, 59] foi projetado para distinguir eventos de *minimum bias* dos eventos que contêm mésons B , através da presença de partículas com alto momento transversal (p_T) e da existência de vértices secundários. Este sistema primeiro exige que pelo menos um lépton ou hádron tenha p_T maior do que 1 a 3 GeV/c (nível zero do sistema de gatilho - L0). Isso reduz a taxa de recepção de eventos de $\approx 40 MHz$ para 1 MHz . O nível um do sistema de gatilho (L1) usa as informações do VELO e as informações de p_T dos traços com alto parâmetro de impacto. Isso é feito com a associação dos aglomerados (*clusters*) de alto p_T dos calorímetros e com a associação dos múons, obtidos no L0, com os traços encontrados no VELO. No caso dos hádrons, utilizou-se a estimativa para o p_T do sistema de determinação de traços.

Estudos de simulação mostraram que o detetor LHCb reotimizado re-

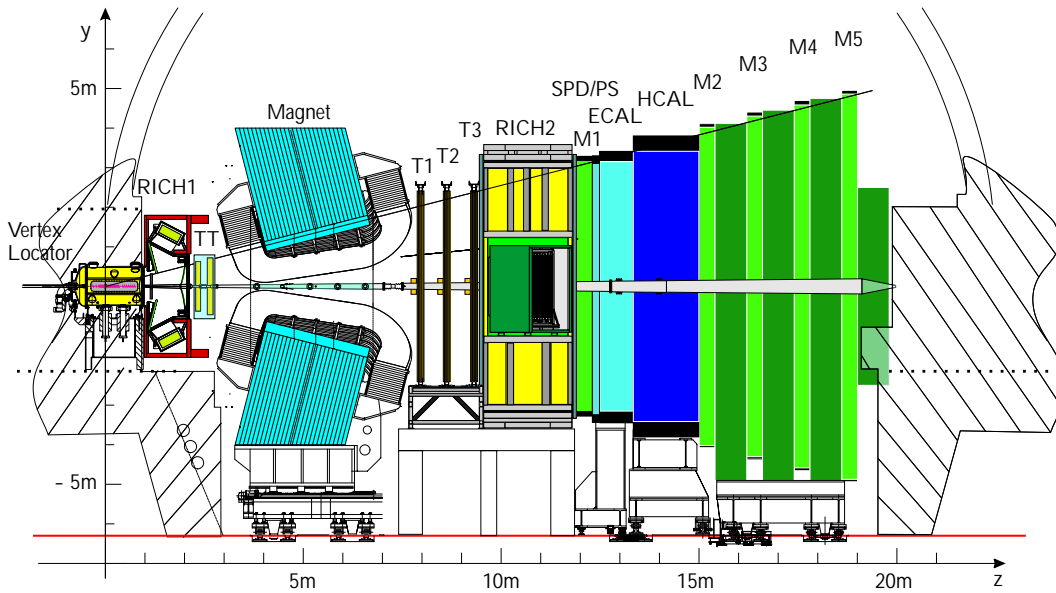


Figura 5.1: Representação esquemática do detetor LHCb reotimizado. No esquema, pode-se ver o VELO, o dipolo magnético, os detetores RICH1 e RICH2, as estações de determinação de traços TT e T1-T3, o SPD, o PS, o ECAL, o HCAL e as estações de múons M1-M5. O esquema também mostra a direção dos eixos de coordenadas y e z.

constrói traços carregados com eficiência de aproximadamente 95%, com uma baixa taxa de fantasmas, que são traços sem associação com a tabela de Monte Carlo. Esta taxa não adiciona *background* combinatório de forma significativa no sinal de mésons B reconstruídos.

Devido a uma ótima resolução de momento e de vértice, o tempo próprio dos mésons B_s^0 pode ser medido com uma resolução de aproximadamente $40 fs$. O sistema de RICH consegue separar káons de píons na faixa de momento necessária. A diminuição de material do detetor ajuda na reconstrução de fótons e a remoção de material do dipolo magnético permite uma reconstrução mais simples para os elétrons. Considerando também a melhora do sistema de gatilho, o detetor mantém uma alta estatística para a reconstrução de muitos decaimentos de mésons B .

5.3 Tubo do feixe

O tubo do feixe do detetor LHCb reotimizado possui uma janela de saída presa ao tanque de vácuo do VELO, seguida de duas partes cônicas com

aberturas de 25 mrad e de 10 mrad [58].

O sistema de vácuo foi desenvolvido para ter uma pressão média total de 10^{-8} a 10^{-9} mbar dentro do tubo do feixe durante a operação do detetor.

Será fabricado também um tubo de feixe reserva, com a mesma estrutura, mas com material diferente do usado originalmente pelo detetor LHCb reotimizado. Ele substituirá o outro em caso de algum acidente.

5.4 Sistema de detecção de vértices

O sistema de detecção de vértices é formado pelo VELO e pelo *pile-up veto counter*.

O *pile-up veto counter* foi projetado para rejeitar eventos com mais de um vértice primário. As informações obtidas por ele são usadas pelo L0 do sistema de gatilho para rejeitar eventos que contêm interações pp múltiplas num único evento com nuvens de prótons (*bunch-crossing*), através da contagem do número de vértices primários. Sua leitura deve ser realizada em 25 ns , que é o intervalo de tempo entre dois eventos com nuvens de prótons sucessivos do LHC. Estudos de simulação [49] mostram que pode-se obter uma rejeição de 80% dos eventos com duas interações pp, mantendo-se aproximadamente 90% dos eventos com uma interação deste tipo.

O VELO [54] foi projetado para fornecer medidas precisas das coordenadas dos traços próximas da região de interação e medidas dos vértices primários e secundários presentes nesta região. A reconstrução dos vértices de produção (vértices primários) e dos vértices de decaimento (vértices secundários) dos mésons B é feita com as medidas das coordenadas dos traços. Estas medidas também são usadas para a obtenção de medidas acuradas dos tempos de vida desses mésons B e para a obtenção dos parâmetros de impacto das partículas usadas para fazer a identificação dos seus sabores (*tag*).

O VELO é o principal sistema de determinação de traços antes do dipolo magnético e é formado por um conjunto de vinte e uma estações de silício,

colocadas ao longo da direção do feixe a uma distância radial dele. A espessura dos sensores de silício do VELO é de $220 \mu m$.

Para um traço com um dado momento, o erro no parâmetro de impacto é menor quanto menor for a extrapolação para o vértice primário. Isso exige que as estações estejam o mais próximo possível uma da outra. Porém, quanto mais estações, maior é a quantidade de material e, com isso, aumenta-se o número de espalhamentos múltiplos.

No estudo de reotimização do detetor LHCb, houve uma preocupação com a quantidade de material após o primeiro ponto medido. Não era possível reduzir o número de estações próximas da região de interação, devido às exigências de reconstrução de traços com ângulos grandes (até 390 mrad), e às características físicas dos sensores de silício. O mesmo ocorria com as estações afastadas da região de interação, que são fundamentais para a reconstrução de traços com ângulos pequenos ($< 15 \text{ mrad}$). Mas, há seis estações entre estes dois tipos, que foram colocadas para minimizar a distância de extrapolação dos traços em relação aos seus vértices. Uma redução de seis para duas estações deste tipo manteve praticamente o mesmo desempenho para o VELO.

5.5 Dipolo magnético

O eixo de simetria do dipolo magnético do experimento LHCb segue o sistema de mão direita, com origem no ponto de interação, eixo z ao longo da direção do feixe, apontando para o sistema de múons, eixo y apontando para cima e eixo x horizontal. A componente principal do campo fica no eixo y .

O experimento LHCb explora a região frontal de colisões pp e exige um campo de dipolo magnético com uma abertura angular livre horizontal de $\pm 300 \text{ mrad}$ (plano $x-z$) e uma abertura livre vertical de $\pm 250 \text{ mrad}$ (plano $y-z$).

Detetores de determinação de traços que estejam dentro ou próximos

do campo magnético devem fornecer medidas do momento das partículas carregadas com precisão de 0,4% para momentos de até $200 \text{ GeV}/c$. Isso exige um campo magnético integrado de 4 Tm para traços que se originam próximos do ponto primário de interação. Além disso, uma boa uniformidade ao longo da coordenada transversa é exigida pelo sistema de gatilho do detetor de múons.

O dipolo magnético do LHCb é um dipolo magnético não-supercondutor [50]. Ele permite a inversão do campo magnético com uma regularidade compatível com a tomada de dados do experimento. Isso é importante para a redução dos erros sistemáticos nas medidas de violação de CP feitas pelo experimento.

5.6 Sistema de determinação de traços

As partículas carregadas terão as suas trajetórias, após a região de interação (VELO), determinadas pelo sistema de determinação de traços [58]. Este sistema é formado pela estação TT, que fica entre o RICH1 e o dipolo magnético, e pelas estações T1-T3, que ficam entre o dipolo magnético e o RICH2. A localização destas estações dentro do esquema global do detetor LHCb reotimizado pode ser vista na Fig. 5.1.

A estação TT e a região mais interna das estações T1-T3, onde o fluxo de partículas é maior, serão ocupadas pelo detetor de traços interno (*Inner Tracker* - IT) [57]. A região externa das estações T1-T3, que possui um fluxo menor de partículas, será formada pelo detetor de traços externo (*Outer Tracker* - OT) [55].

O objetivo do sistema de determinação de traços é encontrar traços de partículas carregadas na região entre o VELO e os calorímetros, fazer uma reconstrução eficiente destes traços e medir os momentos das partículas com boa precisão. Além disso, ele deve fornecer medidas precisas da direção dos traços no RICH1 e no RICH2 para permitir uma boa reconstrução dos seus anéis de *Cherenkov* e deve associar medidas do VELO com as dos

calorímetros e as do detetor de múons.

O sistema de determinação de traços do LHCb é um sistema acima (*upstream*), ou seja, os segmentos de traços encontrados nas estações T1-T3 são extrapolados para a região do dipolo magnético e do VELO.

Os traços são reconstruídos pela combinação das coordenadas das células disparadas (*hits*) pelas partículas ao atravessarem as estações. A extrapolação dos traços do sistema de determinação de traços (estações TT e T1-T3) é comparada com os traços do VELO e a eficiência é de 99%.

A estação de determinação de traços TT é usada no L1 do sistema de gatilho para determinar o momento transversal dos traços com alto parâmetro de impacto. Ela também é usada na análise *offline* para reconstruir as trajetórias das partículas neutras de tempo de vida longo, que decaem fora do volume do VELO, e de partículas de baixo momento que saem da aceitação do detetor antes de chegar às estações T1-T3 [58].

5.7 Sistema de RICH

A exigência do experimento LHCb para o seu sistema de RICH é a identificação de partículas cuja faixa de momento varia de 1 a 150 GeV/c [58]. A identificação de hádrons é feita pelos detetores RICH1 e RICH2.

As partículas de alto momento ($> 60 GeV/c$) são identificadas pelo RICH2, localizado entre a última estação de determinação de traços (T3) e a primeira estação de múons (M1). As partículas de baixo momento (até $60 GeV/c$) são identificadas pelo RICH1, localizado entre o VELO e a estação de determinação de traços TT.

As posições do RICH1 e do RICH2 dentro da estrutura global do detetor LHCb reotimizado podem ser vistas na Fig. 5.1.

O sistema de identificação de partículas do RICH é usado para identificar hádrons, mas ele também pode ser usado para complementar o sistema de calorímetros e o sistema de múons na identificação de elétrons e de múons.

Os anéis de *Cherenkov*, tanto os do RICH1 quanto os do RICH2, não

são perfeitamente circulares, mas possuem uma forma levemente elíptica, com um grau de distorção que depende da direção dos traços dentro da aceitação do espectrômetro. Ao invés de ajustar diretamente estes anéis, faz-se uma reconstrução dos ângulos de *Cherenkov* na emissão (θ_c, ϕ_c) , para cada célula disparada (*hit*) pelas partículas ao atravessarem os detetores RICH, assumindo-se que cada ponto correspondente à célula disparada se originou de um dado traço. Por outro lado, os pontos que realmente se originaram de um dado traço terão os mesmos valores para o ângulo polar de *Cherenkov* θ_c e terão os ângulos azimutais ϕ_c distribuídos uniformemente. O reconhecimento de características associa um tipo de partícula para cada traço, de maneira a descrever da melhor maneira possível os pontos observados.

5.7.1 RICH1

O RICH1 foi projetado para fazer a identificação de partículas com momentos entre 1 e 60 GeV/c e sua estrutura ótica pode ser vista na Fig. 5.2.

A exigência do L1 do sistema de gatilho em ter um campo magnético intenso na região do RICH1 faz com que seja necessária a presença de espelhos planos neste detetor.

A luz de *Cherenkov* é focalizada nos planos dos detetores de fótons do RICH1, através de espelhos esféricos e planos. O ângulo de emissão de *Cherenkov* (θ_C) é obtido pelas coordenadas das células disparadas pelos fotoelétrons ao atravessarem os detetores RICH e pelo conhecimento da geometria do sistema.

O foco da luz *Cherenkov* será obtido através de quatro espelhos esféricos, um em cada quadrante, que levam a imagem para fora da aceitação do detetor. Por outro lado, dezesseis espelhos planos, agrupados em conjuntos de quatro por quadrante, vão refletir a imagem formada pelos espelhos esféricos nos planos dos detetores de fótons, fora da aceitação do detetor. O suporte dos espelhos esféricos permite o ajuste do alinhamento horizontal e vertical de cada espelho e está localizado fora da aceitação do detetor.

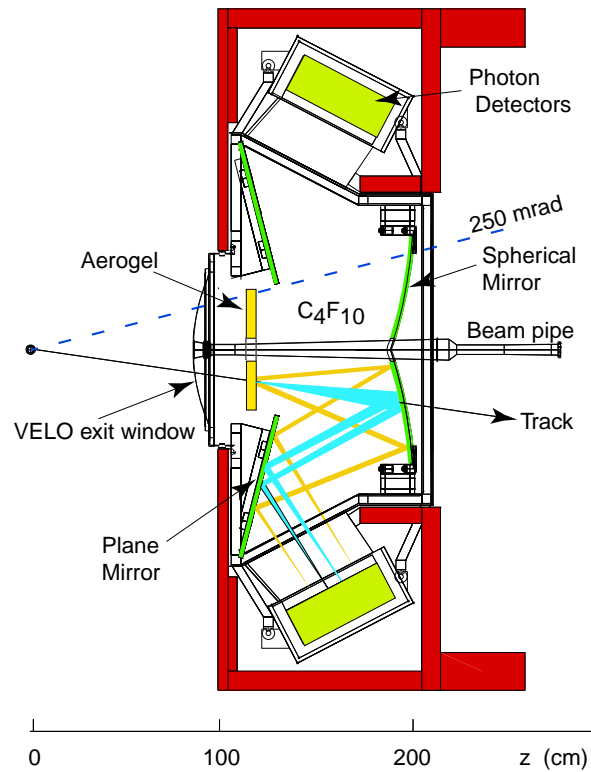


Figura 5.2: Estrutura ótica vertical do RICH1 para o detetor LHCb reotimizado.

5.7.2 RICH2

O RICH2 precisa fazer uma boa separação entre píons e káons com energias maiores do que $60 \text{ GeV}/c$. Sua estrutura ótica é formada por dois conjuntos de espelhos esféricos e por dois conjuntos de espelhos planos, e pode ser vista na Fig. 5.3.

O focalização da luz de *Cherenkov* no RICH2 é feita com espelhos esféricos. A imagem formada por esses espelhos fica fora da aceitação do detetor. Desta forma, o material dos detetores de fótons não degrada o sistema de determinação de traços. Existem também espelhos planos que refletem a imagem dos espelhos esféricos nos planos dos detetores de fótons.

5.8 Sistema de calorímetros

A estrutura geral do sistema de calorímetros do experimento LHCb é um detetor de placas cintiladoras (SPD), seguido de um pré chuveiro

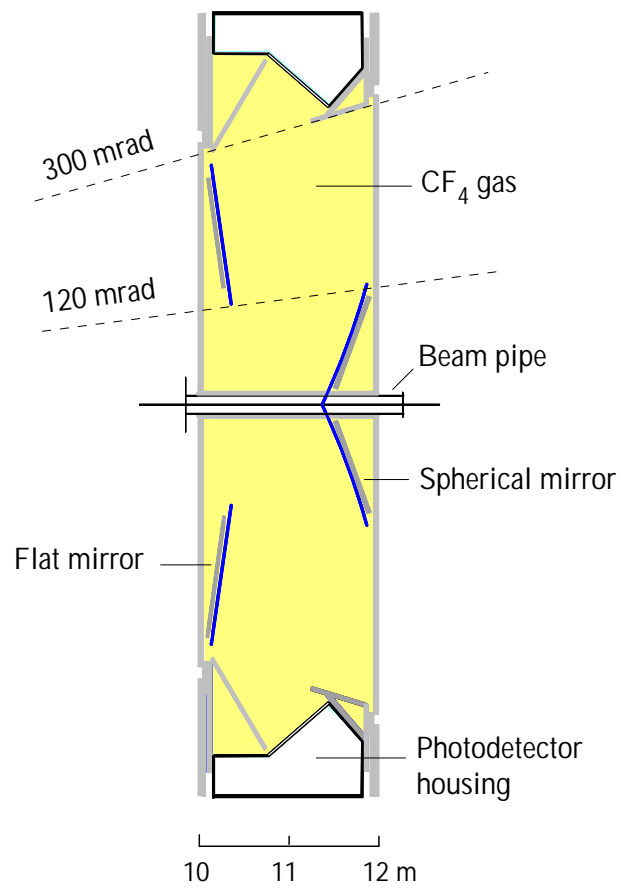


Figura 5.3: Estrutura ótica do RICH2 para o detetor LHCb reotimizado (vista superior).

(PS), do calorímetro eletromagnético (ECAL), com $25 X_0$, e do calorímetro hadrônico (HCAL), com $5,6 \lambda_I$. X_0 é o comprimento de radiação e λ_I é o comprimento de interação nuclear.

O objetivo principal do sistema de calorímetros é a identificação de hádrons, de elétrons e de fótons e a medida das suas energias e posições. Essas informações são a base do L0 do sistema de gatilho e, por isso, devem ser fornecidas rapidamente, mas após uma seleção prévia. O conjunto de vínculos exigidos para que o sistema cumpra seu objetivo define a sua estrutura geral e as suas características principais.

Este sistema fornece candidatos com alta energia transversal (hádrons, elétrons e fótons) para o L1 do sistema de gatilho, que toma uma decisão $4 \mu s$ após a interação. Ele também faz a identificação de elétrons, que é essencial para fazer a identificação de sabor (*tag*) através de decaimentos semi-leptônicos.

Um outro objetivo essencial do sistema de calorímetros é a detecção de fótons com precisão suficiente para reconstruir decaimentos de mésons B que contenham um fóton ou um pión neutro. A exigência de uma boa rejeição de *background* e de uma resolução razoável para estes decaimentos estabelece condições para o desempenho do detetor em termos da resolução e da separação do chuveiro.

Para a reconstrução de decaimentos de mésons B , os limites geométricos dos calorímetros devem ser os mesmos do espectrômetro de partículas carregadas. A eficiência do sistema de gatilho não depende muito do tamanho externo do detetor. Os limites externos dos calorímetros são de 300 mrad na horizontal e de 250 mrad na vertical. O *background* aumenta rapidamente para ângulos pequenos. Um buraco central de 30 mrad em ambas as direções evita dano de radiação e problemas de ocupação, ou seja, de número de células disparadas pelos calorímetros.

A densidade de células disparadas pelas partículas ao atravessarem os calorímetros varia duas ordens de magnitude ao longo da superfície do ECAL e do HCAL. Por causa disso, usa-se uma segmentação lateral

variável. A segmentação dos calorímetros ECAL e HCAL é dividida em zonas com diferentes tamanhos de células e pode ser vista na Fig. 5.4. Devido às dimensões dos chuveiros hadrônicos e devido à exigência de desempenho do sistema de gatilho hadrônico, as células do HCAL são maiores do que as do ECAL e a segmentação lateral deste é dividida em três zonas. Já no caso do HCAL, ela é dividida em apenas duas zonas.

As escolhas técnicas para os calorímetros ECAL e HCAL são dadas pelos desempenhos das resoluções de energia esperados. Estas escolhas são:

- ECAL

Calorímetro com uma estrutura de chapas de chumbo de 2 *mm* alternadas com cintiladores de 4 *mm* e com um coletor de luz. As energias (em *GeV*) dos chuveiros eletromagnéticos podem ser medidas com uma resolução de [51]:

$$\frac{\sigma_E}{E} = \left(\frac{10}{\sqrt{E}} \oplus 1,5 \right) \%$$

Esta resolução, junto com as informações do PS, consegue separar elétrons de hádrons de uma maneira satisfatória para o sistema de gatilho e para a reconstrução. A resolução de energia será um fator preponderante na resolução de massa dos decaimentos do méson *B* que contêm um pión neutro ou um fóton.

- HCAL

Calorímetro formado por telhas de ferro e cintilador alternadas. Essas telhas são paralelas ao feixe e a cada 16 *mm* de ferro são utilizados em média 4 *mm* de cintilador. O calorímetro possui 5,6 λ_I (1,2 *m* de espessura) e a sua resolução de energia (em *GeV*) é de:

$$\frac{\sigma_E}{E} = \left(\frac{80}{\sqrt{E}} \oplus 10 \right) \%$$

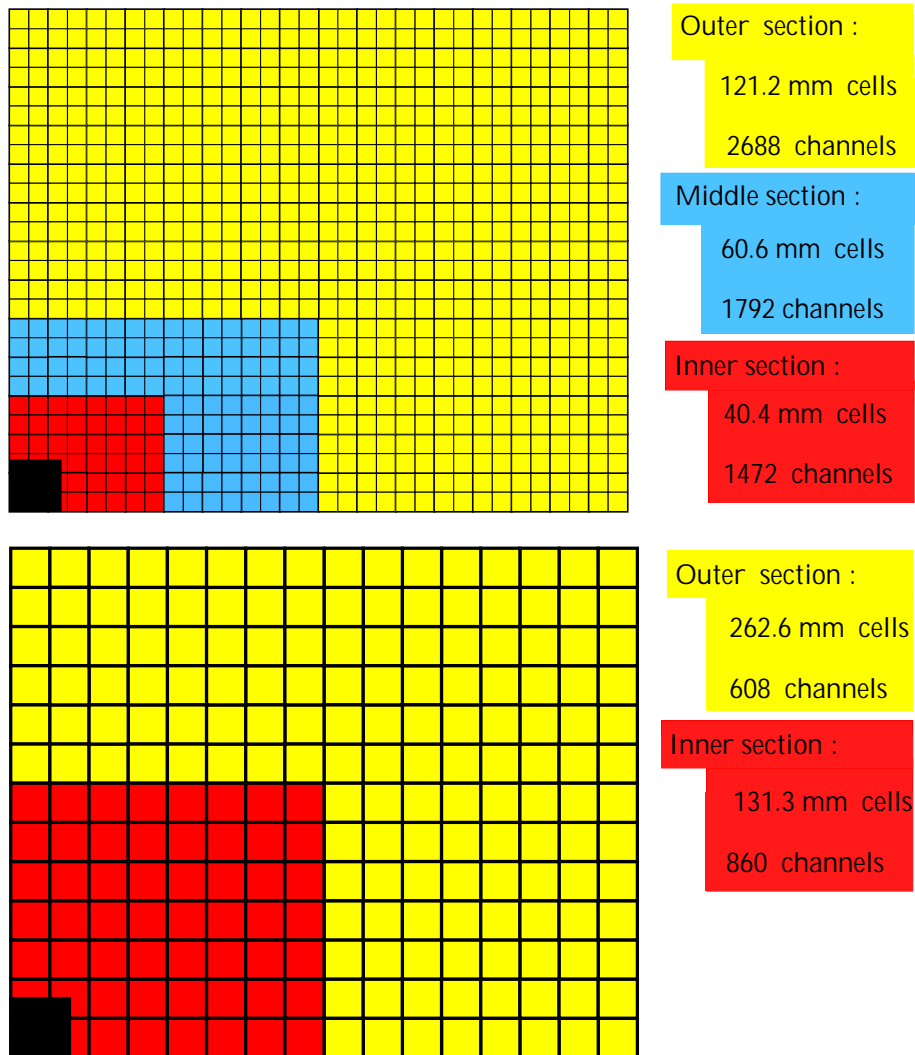


Figura 5.4: Segmentação lateral do SPD/PS e do ECAL (acima) e do HCAL (abaixo). Um quarto do plano frontal do detetor é mostrado. As dimensões das células são dadas para o ECAL e para o HCAL. Para o SPD/PS, as dimensões são reduzidas em $\approx 1,5\%$ em relação às do ECAL.

- SPD e PS

O PS é formado por uma placa de chumbo de 12 *mm* de espessura, seguida de um plano de blocos de cintiladores de 15 *mm* de espessura. Estes blocos são iguais aos utilizados no SPD, cujo plano de blocos fica na frente da placa de chumbo do PS. A luz é coletada por fibras no SPD e é levada para fotomultiplicadores, que estão acima ou abaixo do detetor. Esta estrutura fornece em média 25 fotoelétrons em resposta a uma partícula com ionização mínima. Isso permite uma clara separação entre elétrons e fótons do chuveiro.

5.9 Sistema de múons

Os múons estão presentes em muitos estados finais de decaimentos de mésons *B* sensíveis à violação de CP. Além disso, os múons de decaimentos semi-leptônicos de mésons *B* permitem que se faça uma identificação de sabores (*tag*) dos estados iniciais dos *B* acompanhantes.

Uma identificação de múons eficiente com baixa contaminação (partículas identificadas de forma errada como múons) é necessária para a identificação de sabores (*tag*) e para a boa reconstrução de estados finais com múons dos decaimentos de mésons *B*.

O detetor de múons possui cinco estações de identificação de traços ou câmaras de múons, que são colocadas ao longo do eixo do feixe. A primeira câmara de múons (M1) fica entre o RICH2 e o PS do sistema de calorímetros. Ela é importante na obtenção das medidas dos momentos transversais dos traços de múons, usados no gatilho L0. A segunda câmara (M2) fica após o HCAL do sistema de calorímetros e as demais (M3-M5) a seguem com placas separando-as para atenuar hádrons, fótons e elétrons. Tudo isso pode ser visto na Fig. 5.1.

Cada câmara de múons se divide em quatro regiões e cada região possui células lógicas (*pads*) de tamanhos diferentes. As dimensões *x* das células lógicas nas câmaras M1-M3 são determinadas pela precisão necessária para

a obtenção de uma boa resolução de momento transversal de múons para o L0 do sistema de gatilho. As dimensões y das células lógicas em todas as câmaras são determinadas pela rejeição de *background* que não aponta para a região de interação, exigida pelo sistema de gatilho.

O sistema de gatilho do sistema de múons se baseia na reconstrução de traços de múons e na medida de seus momentos transversais com resolução de 20%. Para passar pelo gatilho, os múons devem disparar células nas cinco estações, com um limiar inferior de momento de $\approx 5 \text{ GeV}/c$. As células disparadas pelas partículas ao passarem pelas duas primeiras estações são usadas para calcular o momento transversal dos candidatos a múons. Os ângulos polares estão correlacionados com os momentos das partículas, de maneira que os traços com momento alto tendem a ficar mais perto do eixo do feixe. O espalhamento múltiplo aumenta com a distância ao eixo do feixe e isso limita a resolução espacial do detetor.

Para se obter uma eficiência de gatilho de múons de 95%, a eficiência de cada câmara do detetor de múons deve ser maior do que 99%. A eficiência do detetor de múons é limitada principalmente pelo fluxo intenso de partículas neutras e carregadas dentro da aceitação do detetor LHCb.

As altas taxas de células disparadas nas câmaras de múons afetam a resolução do momento transversal dos múons devido à associação errada de células disparadas.

A maior contribuição para o *background* dos múons para o gatilho L0 são os múons que se originam de decaimentos de píons e de káons produzidos nas colisões pp e os píons que chegam no detetor de múons por espalhamento múltiplo.

As câmaras de múons registram as coordenadas dos pontos de entrada e de saída das partículas nas células disparadas por elas.

O gatilho do múon encontra um traço através de uma série de etapas. Para cada célula lógica disparada na câmara $M3$, procuram-se células disparadas nas câmaras $M2$, $M4$ e $M5$. Extrapolam-se para estas câmaras a linha reta que passa pela célula disparada na câmara $M3$ e pelo ponto de

interação. Procuram-se células disparadas nestas três câmaras numa janela dentro de um campo de interesse (FOI) centrada na linha extrapolada. O tamanho da janela depende da câmara, da distância ao eixo do feixe e do nível de *background*. Quando pelo menos uma célula disparada é encontrada dentro das janelas para as câmaras $M2$, $M4$ e $M5$, a célula disparada na câmara $M2$ mais próxima da extrapolação de $M3$ é selecionada. Quando encontram-se células disparadas nas quatro câmaras, extrapola-se as coordenadas das células disparadas nas câmaras $M2$ e $M3$ para a câmara $M1$ e seleciona-se as coordenadas da célula disparada na câmara $M1$ mais próxima ao ponto de extrapolação. A direção do traço indicada pelas coordenadas das células disparadas nas câmaras $M1$ e $M2$ é usada para medir o momento transversal para o gatilho L0.

Os múons são identificados pela extrapolação de traços bem reconstruídos com momento $p > 3 \text{ GeV}/c$ nas câmaras de múons. Os traços precisam estar dentro da aceitação das câmaras $M2$ e $M5$. Para os traços serem considerados candidatos a múons, um número mínimo de câmaras devem ter células disparadas dentro das janelas respectivas em torno da extrapolação. Encontra-se uma descrição mais detalhada da identificação de múons no capítulo 7. Neste capítulo descreve-se o algoritmo que faz a identificação de múons e o trabalho feito para se conseguir uma redução na taxa de partículas identificadas de forma errada como múons (contaminação), especialmente píons que chegam no detetor de múons por espalhamentos múltiplos, mantendo uma eficiência alta de identificação de múons.

5.10 Sistema de gatilho

O experimento LHCb usa um sistema de coordenadas de mão direita com o eixo z apontando do ponto de interação às câmaras de múons, ao longo da linha do feixe, e com o eixo y apontando para cima.

Devido à estrutura de nuvens de prótons do LHC (*bunch*) e devido à alta

luminosidade, a frequência de eventos (*crossings*) com interação visível para o espectrômetro é de 10 MHz , que deve ser reduzida para algumas centenas de Hz pelo sistema de gatilho.

O sistema de gatilho do detetor LHCb reotimizado se divide em três níveis: nível zero (*L0*), nível um (*L1*) e alto nível (*High level trigger* - *HLT*).

Os eventos com mésons B podem ser diferenciados das outras interações pp inelásticas pela presença de vértices secundários e de partículas de alto momento transversal (p_T).

Com a luminosidade do experimento LHCb de $2 \times 10^{32}\text{ cm}^{-2}\text{ s}^{-1}$, os 10 MHz de eventos (*crossings*) com interação pp visível contêm uma taxa de $\approx 100\text{ kHz}$ de pares $b\bar{b}$. Porém, somente em $\approx 15\%$ destes eventos haverá pelo menos um méson B cujos produtos do decaimento estejam todos dentro da aceitação do detetor. Além disso, as seções de choque dos mésons B usados no estudo da violação de CP são da ordem de 10^{-3} . As seleções *offline* usam a massa e o tempo de vida relativamente grandes do B para selecionar esses hádrons. Cortes devem ser usados depois para melhorar a razão sinal *background* e com isso aumentar o desempenho da análise nas medidas de violação de CP. A exigência do experimento para o sistema de gatilho é atingir a maior eficiência possível para os eventos selecionados *offline*.

A latência de *L0*, ou seja, o tempo que transcorre entre a interação pp e a chegada da decisão do *L0* na eletrônica, é de $4\ \mu\text{s}$. Esta latência inclui o tempo de vôo, o comprimento do cabo e os atrasos na eletrônica. Sobram $2\ \mu\text{s}$ para o processamento real dos dados no *L0* e para a sua decisão final. Este nível envia uma decisão a cada $25\ \text{ns}$.

O *L1* possui uma latência variável (até $58\ \text{ms}$) e os dados fornecidos aos processadores do sistema de gatilho devem estar em ordem cronológica e devem estar marcados com identificadores de evento e da nuvem de prótons (*bunch*). Ele envia uma decisão para cada evento na mesma ordem recebida e sua taxa máxima de saída é de $40\ \text{kHz}$.

Os algoritmos do sistema de gatilho devem ter acesso aos mesmos dados da análise *offline* e devem se antecipar aos algoritmos de seleção o máximo que puderem e na maior taxa possível.

A seguir será feita uma descrição simplificada dos três níveis do sistema de gatilho.

- L0

O seu objetivo é reduzir a taxa de eventos (*crossing*) do feixe do LHC de 40 MHz , dos quais cerca de 10 MHz são de eventos com interações pp visíveis, para uma taxa de 1 MHz . Todos os subsistemas do detetor LHCb reotimizado são usados para fornecer uma decisão do sistema de gatilho.

Este nível reconstrói nos calorímetros os aglomerados (*clusters*) de hádrons, de elétrons e de fótons, com as mais altas energias transversais, e nas câmaras de múons os múons de mais altos momentos transversais. Os aglomerados são identificados como elétrons, fótons ou hádrons dependendo das informações recebidas pelo SPD, PS, ECAL e HCAL.

As informações da reconstrução são levadas para a unidade de decisão do nível zero (*Level-0 Decision Unit - LODU*) para selecionar os eventos.

A rejeição dos eventos pode ser feita através de suas variáveis globais, como multiplicidades de traços carregados e o número de interações. No sistema de gatilho dos calorímetros, as energias transversais de todas as células do HCAL são somadas para rejeitar eventos sem interações visíveis. A LODU gera uma decisão por evento, que é transmitida para a eletrônica.

- L1

Os algoritmos deste nível usam informações do L0, do VELO, da estação de determinação de traços TT e das câmaras de múons. Eles

reconstruem traços no VELO e os comparam com os múons ou com os aglomerados do L0 para identificá-los e para medir seus momentos. O campo magnético entre o VELO e a estação TT é usado na determinação do momento das partículas com uma resolução entre 20 e 40%. São selecionados eventos com traços com alto momento transversal e com parâmetro de impacto em relação ao vértice primário significativo. A taxa máxima de saída deste nível é de 40 kHz .

Para aumentar o desempenho deste nível poderiam ser incluídas informações das estações de determinação de traços T1-T3 e das câmaras de múons M2-M5 na sua tomada de decisão.

- HLT

Este nível usa todas as informações dos sub-detetores do detetor LHCb reotimizado. Seus algoritmos reconstruem os traços do VELO e os vértices primários, ao invés de obterem estas informações do L1. Um programa rápido de reconhecimento de características associa os traços do VELO com as estações de determinação de traços T1-T3. A seleção final dos eventos interessantes é uma combinação da confirmação da decisão do L1 com uma resolução melhor, com os cortes de seleção para estados finais específicos. A taxa de saída do HLT é flexível e é da ordem de 200 Hz .

5.11 Procedimento de simulação para o LHCb

Os programas usados para os estudos de desempenho do detetor LHCb reotimizado executam uma série de etapas [58]:

- geração de eventos
- passagem das partículas pelo detetor
- simulação da resposta do detetor
- simulação da decisão do sistema de gatilho

- reconstrução de eventos, com procura de traços e identificação de partículas
- seleção *offline* de estados finais específicos de mésons B

5.11.1 Geração de eventos

Minimum bias de interações próton-próton a 14 TeV (energia do centro de massa do colisor LHC) são gerados pelo programa PYTHIA 6.2 [45]. A geração leva em consideração processos de QCD, difração simples, difração dupla e espalhamento elástico. Outras amostras de eventos são obtidas através de um filtro num grande conjunto de dados de *minimum bias*. As seções de choque de produção $b\bar{b}$ e inelástica total são $633 \mu\text{b}$ e $79,2 \text{ mb}$, respectivamente. Para o cálculo da estatística (*yield*) foi usada uma seção de choque de produção $b\bar{b}$ de $500 \mu\text{b}$. O decaimento de todas as partículas instáveis é feito com o programa QQ [46].

O programa PYTHIA usa um modelo de interações múltiplas caracterizado por um parâmetro de impacto variável entre os dois feixes de prótons que colidem e por um corte mínimo do momento transversal das colisões parton-parton, ajustado de forma a reproduzir as multiplicidades médias de traços carregados. As funções de distribuição dos partons são retiradas do conjunto CTEQ4L.

5.11.2 Passagem das partículas pelo detetor LHCb reotimizado

As partículas geradas são acompanhadas através do detetor LHCb reotimizado e através do meio circundante pelo pacote GEANT 3. Neste pacote, a geometria e o material do detetor LHCb reotimizado são descritos em detalhe.

As partículas de baixa energia, produzidas em sua maioria por interações secundárias, são acompanhadas pelo detetor LHCb reotimizado. Existe um corte inferior de 10 MeV para hádrons e de 1 MeV para elétrons e fótons na energia das partículas acompanhadas.

No programa de simulação, os pontos de entrada e saída das partículas em cada componente sensível do detetor são registrados, junto com a perda de energia no componente e o tempo de voo da partículas em relação ao ponto de interação primário. Estas informações são usadas para gerar dados digitalizados e a geração considera o desempenho e a resposta do detetor.

A resposta do detetor é simulada como função do tempo de chegada de cada partícula.

Foram geradas várias amostras de eventos de Monte Carlo. Elas foram simuladas para obter o desempenho da reconstrução, da seleção do gatilho e da seleção *offline* com o detetor LHCb reotimizado. As amostras geradas foram:

- decaimentos específicos de mésons B que serão estudados (de $50 k$ a $200 k$ eventos para cada decaimento)
- decaimentos específicos de mésons B que são *background* para os decaimentos que serão estudados
- eventos $b\bar{b}$ inclusivos (10^7 eventos) usados para estimar o *background* combinatório nas seleções *offline*
- uma amostra de *background* de J/ψ produzido no vértice primário ($380 k$ eventos) e que decai em $\mu^+ \mu^-$ e outra amostra do mesmo tipo ($380 k$ eventos) que decai em $e^+ e^-$
- eventos de *minimum bias* ($3 \cdot 10^7$ eventos) usados no estudo do sistema de gatilho

Nenhum corte é feito na geração da amostra de *minimum bias*. Em todos os outros casos, a partícula de interesse deve ter um ângulo polar menor do que 400 mrad . Isto evita a reconstrução e a determinação de traços de muitos eventos cujos produtos interessantes não estão todos dentro da aceitação do detetor. O tamanho das amostras listadas acima é dado após esta exigência ter sido imposta.

5.11.3 Reconstrução de eventos

O programa de reconstrução de traços combina as coordenadas das células disparadas pelas partículas ao atravessarem o VELO com as coordenadas das células disparadas pelas partículas ao atravessarem as câmaras de determinação de traços TT e T1-T3 para formar as trajetórias das partículas do VELO até o sistema de calorímetros. O programa tem o objetivo de encontrar todos os traços no evento que deixam células disparadas suficientes nos sub-detetores, não apenas os produtos de decaimentos de mésons B . Após o ajuste das trajetórias reconstruídas, um traço é representado por um vetor de parâmetros característicos, especificados numa dada posição z do experimento.

O desempenho da reconstrução é obtido através das seguintes quantidades:

- eficiência do procedimento de procura de traços e a taxa correspondente de fantasmas, que são os traços sem associação com as partículas de Monte Carlo
- a precisão do momento reconstruído
- a precisão do parâmetro de impacto reconstruído
- a precisão das derivadas dos traços nos detetores RICH

As três primeiras quantidades são mais importantes para os produtos de decaimentos dos mésons B . A última quantidade também é importante para os traços que atravessam os detetores RICH e tem momento alto o suficiente para emitir luz *Cherenkov*.

Os traços podem ser classificados de acordo com as trajetórias geradas dentro do espectrômetro:

- traços longos (*long tracks*) \rightarrow atravessam todo o espectrômetro, do VELO até as estações de determinação de traços T1-T3. São os traços mais importantes na reconstrução de decaimentos de mésons B .

- traços acima (*upstream tracks*) → atravessam somente o VELO e a estação de determinação de traços TT. São, em geral, traços de baixo momento que não atravessam o dipolo magnético. Eles passam pelo RICH1 e podem gerar fótons de *Cherenkov*. São usados para entender o *background* no algoritmo do sistema de RICH de identificação de partículas. Podem ser usados na reconstrução de decaimentos de mésons *B* ou na identificação de sabores (*tag*), apesar da pior resolução de momento.
- traços abaixo (*downstream tracks*) → atravessam apenas as estações de determinação de traços TT e T1-T3, pois decaem fora da aceitação do VELO.
- traços *VELO* → são medidos apenas no VELO. São úteis para a reconstrução de vértices primários.
- traços *T* → são apenas medidos nas estações de determinação de traços T1-T3. São produzidos, em geral, em interações secundárias, mas são úteis para o reconhecimento global de características do RICH2.

Consegue-se reconstruir todos os tipos de traços listados anteriormente com um bom desempenho.

Utiliza-se como entrada para o programa de reconhecimento de características os sinais simulados dos detetores de determinação de traços (VELO e estações TT e T1-T3).

Para que a reconstrução dos traços *VELO* e *T* seja bem sucedida, pelo menos 70% das células disparadas por eles devem se originar da mesma partícula de Monte Carlo. Os traços abaixo e acima devem ter, além disso, uma célula disparada ao atravessarem a estação de determinação de traços *TT* e que esteja corretamente associada. Um traço longo deve ter, além disso, os segmentos do VELO e das estações de determinação de traços T1-T3 corretamente encontrados.

Os traços reconstrutíveis são aqueles que se encaixam na seguintes condições:

- traços *VELO* → partícula deve ter pelo menos três células disparadas r e três células disparadas ϕ
- traços T → partícula deve ter pelo menos uma célula disparada x e uma célula disparada em cada estação T1-T3
- traços longos → partícula deve ser reconstrutível como um traço *VELO* e como um traço T
- traços acima → partícula deve ser reconstrutível como um traço de *VELO* e deve ter pelo menos três células disparadas na estação de determinação de traços TT
- traços abaixo → partícula deve ser reconstrutível como um traço T e devem ter pelo menos três células disparadas na estação de determinação de traços TT

A eficiência de reconstrução é a fração de partículas reconstrutíveis que são reconstruídas com sucesso. A taxa de fantasma é a fração de traços encontrados que não tem associação com as partículas de Monte Carlo.

O número médio de traços reconstruídos com sucesso em eventos $b\bar{b}$ é 72, sendo 26 do tipo longo, 11 do tipo acima, 4 do tipo abaixo, 26 do tipo *VELO* e 5 do tipo T .

5.12 Identificação de partículas

A identificação de partículas no experimento LHCb é feita com as informações do sistema de RICH, do sistema de calorímetros e do detetor de múons. Os elétrons são identificados inicialmente pelas informações do sistema de calorímetros, os múons pelas informações do sistema de múons e os hádrons pelas informações do sistema de RICH. Estas também podem melhorar a identificação de léptons. As partículas neutras eletromagnéticas são identificadas pelas informações do sistema de calorímetros.

5.13 Identificação de sabores (*tag*) dos mésons B

No experimento LHCb, os mésons B são produzidos em pares $B\bar{B}$. A identificação de sabor do estado inicial ($B_d^0, \bar{B}_d^0, B_s^0$ ou \bar{B}_s^0) de um dado decaimento é fundamental para o estudo de decaimentos de mésons B neutros que envolvam oscilações de sabores e assimetrias de CP.

A reconstrução dos decaimentos que envolvem oscilações de sabores é feita a partir de informações dos sub-detetores. Para fazer a identificação dos estados iniciais destes decaimentos, determina-se o sabor do méson B acompanhante, através das cargas elétricas dos léptons ou dos káons produzidos no decaimento do acompanhante. O sabor do méson B acompanhante será identificado corretamente se o lépton for um produto direto do decaimento de um hádron b ($b \rightarrow l$) ou se o káon tiver o *quark* s do decaimento $b \rightarrow c \rightarrow s$ [49, 58].

A identificação de sabores pode ser feita de maneira incorreta devido às oscilações dos mésons B neutros ou devido à identificação errada de uma partícula qualquer do decaimento como um lépton ou um káon que será usado para fazer a identificação de sabores.

A incerteza estatística nas medidas das assimetrias de CP tem relação direta com a eficiência de identificação de sabores (ϵ_{eff}), que é definida como:

$$\epsilon_{eff} = \epsilon_{tag}(1 - 2w)^2 \quad (5.1)$$

onde ϵ_{tag} é a probabilidade do processo de identificação de sabores ocorrer, ou seja, é a fração dos eventos totais em que é possível fazer a identificação de sabores e w é a fração de identificação errada, ou seja, é a probabilidade do processo de identificação de sabores dar uma resposta errada.

As expressões usadas para a obtenção das probabilidades ϵ_{tag} e w são:

$$\epsilon_{tag} = \frac{R + W}{R + W + U} \quad (5.2)$$

$$w = \frac{W}{R + W} \quad (5.3)$$

onde R é o número de eventos com identificação de sabores correta, W é o número de eventos com identificação de sabores incorreta e U é o número de eventos cuja identificação de sabores não pode ser feita.

Capítulo 6

Reconstrução de Vértices

6.1 Introdução

O ajuste de vértices é muito importante para o experimento LHCb. Um desempenho melhor neste ajuste melhora não só a resolução dos vértices, mas também a resolução do tempo próprio, já que o tempo próprio depende da distância entre o vértice de produção e o vértice de decaimento das partículas.

A melhor resolução dos vértices melhora a reconstrução dos eventos dos decaimentos de interesse para o experimento. Por outro lado, os ajustes das assimetrias dos decaimentos melhoram quando a resolução do tempo próprio melhora, pois as assimetrias dependem do tempo próprio.

Com o objetivo de melhorar a análise do decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$, descrita no capítulo 8, e de melhorar a análise dos outros decaimentos de interesse para o experimento LHCb, foram desenvolvidas duas ferramentas de reconstrução de vértices para o experimento. Elas fazem parte do pacote oficial de ajuste de vértice do experimento e estão sendo utilizadas por toda a colaboração do LHCb nos algoritmos de análise para os decaimentos específicos de mésons B que serão estudados pelo experimento. O método de multiplicadores de *Lagrange* [69, 70] foi usado neste trabalho para fazer o ajuste de vértice com vínculos nas duas ferramentas desenvolvidas.

Numa das ferramentas, chamada *LagrangeMassVertexFitter*, o ajuste

dos vértices considera o vínculo de massa invariante da partícula mãe, os vínculos de massa invariante das partículas filhas que são ressonâncias e o vínculo geométrico. Na outra ferramenta, chamada *LagrangeGeomVertexFitter*, o ajuste considera os vínculos de massa invariante das partículas filhas que são ressonâncias e o vínculo geométrico ou apenas o vínculo geométrico. É importante esclarecer que para as ferramentas de ajuste de vértice com vínculos uma ressonância não é uma ressonância física usual, mas uma partícula que possui largura de decaimento pequena. Neste capítulo a palavra ressonância sempre se referirá a partículas com larguras de decaimento pequenas.

Neste capítulo encontra-se uma descrição do método utilizado para fazer o ajuste de vértice com vínculos nas duas ferramentas desenvolvidas, bem como uma descrição das ferramentas e de suas implementações. No final do capítulo mostra-se os resultados do ótimo desempenho destas ferramentas na análise do decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$, bem como o resultado do teste comparativo da distribuição de χ^2 esperada e da distribuição de χ^2 obtida pelas ferramentas de ajuste de vértice do experimento com o mesmo número de graus de liberdade e com o mesmo número de entradas para cada caso. Este teste comparativo foi feito para testar se as ferramentas estavam ajustando os vértices corretamente e utilizou-se o decaimento $J/\psi \rightarrow \mu^+\mu^-$ e o decaimento $D_s^\pm \rightarrow K^+K^-\pi^\pm$ para testar o ajuste para decaimentos com duas e três partículas filhas, respectivamente. Os resultados no final do capítulo mostram que as ferramentas ajustam os vértices corretamente, pois existe uma ótima concordância entre as duas distribuições de χ^2 para cada caso considerado.

6.2 Método dos multiplicadores de Lagrange

Considera-se um conjunto de medidas $y = (y_1, \dots, y_n)$, que será a soma de quantidades verdadeiras η (desconhecidas) e de erros das medidas $\epsilon = (\epsilon_1, \dots, \epsilon_n)$:

$$y_j = \eta_j + \epsilon_j \quad j = 1, \dots, n \quad (6.1)$$

A matriz de covariância das medidas y serão escritas como C_y e cada ϵ_j será considerado uma variável randômica, normalizada em torno de zero, com variância $(C_y)_{jj} = \sigma_j^2$. A função de densidade de probabilidade das variáveis y pode ser escrita da seguinte forma:

$$\phi(y) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{N}{2}} \sqrt{\det(G_y)}} \exp\left[-\frac{1}{2}(y - \eta)^t G_y (y - \eta)\right] \sim \exp\left(-\frac{1}{2} \epsilon^t G_y \epsilon\right) \quad (6.2)$$

onde $G_y = C_y^{-1}$ é a inversa da matriz de covariância, e ϵ^t é a transposta de ϵ . A função de verossimilhança logaritmica correspondente é, desconsiderando fatores constantes, $l = -\epsilon^t G_y \epsilon$, e tem um máximo em $\epsilon = 0$. Isso significa que se nenhuma informação extra for dada ao sistema, a melhor estimativa para as quantidades η é a própria medida de y .

Considera-se que o sistema de quantidades verdadeiras η obedece a certas condições, que serão usadas para vincular as medidas y .

Assume-se que as equações de vínculo são representadas por:

$$f_k(\eta) = 0 \quad j = k, \dots, q \quad (6.3)$$

onde q é o número de graus de liberdade do sistema e k é o número de equações de vínculo do sistema.

Em geral, as funções f_k não serão lineares, mas será assumido que estas funções podem ser bem descritas por uma expansão de *Taylor* de primeira ordem na vizinhança de η_0 , que representa uma primeira aproximação para os valores verdadeiros η :

$$f_k(\eta) \approx f_k(\eta_0) + \left(\frac{\delta f_k}{\delta \eta}\right)_{\eta_0} (\eta - \eta_0) = 0 \quad (6.4)$$

A equação 6.4 pode ser escrita de uma maneira compacta em forma matricial:

$$B\delta + c = 0 \quad (6.5)$$

com a seguinte notação:

$$B_{kl} = \left(\frac{\delta f_k}{\delta \eta_l} \right)_{\eta_0} \quad c_k = f_k(\eta_0) \quad \delta = \eta - \eta_0 \quad (6.6)$$

Esta informação extra é incluída na função de densidade de probabilidade pela adição de um fator gaussiano:

$$\phi(y) \sim \exp\left(-\frac{1}{2}\delta^t G_y \delta\right) \exp[-\mu^t (B\delta + c)] \quad (6.7)$$

onde o vetor $\mu = (\mu_1, \dots, \mu_q)$ contém os multiplicadores de *Lagrange*, que serão determinados depois. A nova função de verossimilhança logarítmica será dada por:

$$l \sim - \left[\frac{1}{2} \delta^t G_y \delta + \mu^t (B\delta + c) \right] \quad (6.8)$$

Exige-se que a diferencial total da função de verossimilhança logarítmica em relação a δ seja nula:

$$\delta^t G_y + \mu^t B = 0 \quad (6.9)$$

A solução do sistema de equações (6.5) e (6.9) é mostrada no apêndice C e o resultado final é dado por:

$$\tilde{\delta} = -C_y B^t (B C_y B^t)^{-1} c \quad (6.10)$$

Os valores medidos $\eta_0 = y$ serão considerados uma primeira aproximação para η . A solução para $\tilde{\delta}$ é usada para obter um conjunto de medidas melhoradas $\tilde{\eta}$:

$$\tilde{\eta} = y - C_y B^t (B C_y B^t)^{-1} c \quad (6.11)$$

Se as equações de vínculo fossem lineares, a expressão 6.11 seria uma solução exata, pois estas equações seriam exatamente verificadas pelos

novos valores de $\tilde{\eta}$. No caso não linear, entretanto, um procedimento iterativo é utilizado. Este procedimento usa $\tilde{\eta}$ como os valores iniciais para o próximo passo. Após a convergência, a matriz de covariância dos valores finais $\tilde{\eta}$ é obtida por propagação de erros:

$$C_{\tilde{\eta}} = C_y - C_y B^t (B C_y B^t)^{-1} B C_y \quad (6.12)$$

O χ^2 para q graus de liberdade é obtido pela expressão:

$$\chi^2 = \tilde{\epsilon}^t G_y \tilde{\epsilon} \quad \tilde{\epsilon} = y - \tilde{\eta} \quad (6.13)$$

A descrição das duas ferramentas de reconstrução de vértices, desenvolvidas para o experimento LHCb, é feita nas próximas seções deste capítulo. As equações de vínculo e as demais equações necessárias para a implementação do ajuste de vértices nestas ferramentas, para cada caso considerado nelas, podem ser encontradas nos apêndices A (ferramenta *LagrangeMassVertexFitter*) e B (ferramenta *LagrangeGeomVertexFitter*).

6.3 Descrição da ferramenta *LagrangeMassVertexFitter*

Esta ferramenta foi desenvolvida para fazer reconstruções de vértices para até quatro partículas. Ela usa o método dos multiplicadores de *Lagrange*, descrito na seção 6.2, e faz um ajuste de vértice com vínculo geométrico e com vínculo de massa invariante. Ela vincula tanto a massa da partícula mãe quanto as massas das filhas que são ressonâncias. Nesta ferramenta, somente partículas com largura menor do que $1 \text{ MeV}/c^2$ serão consideradas ressonâncias. No caso de decaimentos de mésons *B*, o ajuste feito por esta ferramenta é apropriado para as filhas do *B*, mas não para o próprio *B* (partícula mãe), já que para a análise dos decaimentos não interessa vincular a massa da partícula mãe.

O vínculo geométrico é a condição de que todas as partículas devem ter um ponto comum no espaço. O vínculo de massa invariante, por outro lado,

é a condição de que todas as partículas filhas, juntas, devem dar a massa invariante da partícula mãe. Este vínculo é obtido pela seguinte fórmula:

$$M^2 = \left(\sum_{i=1}^N p_i \right)^2 \quad (6.14)$$

onde M é a massa invariante vinculada (massa da partícula mãe), N é o número de partículas que vão vincular a massa (número de partículas filhas) e p_i é o quadri-momento destas partículas.

As equações de vínculo geométrico para o caso de quatro partículas filhas são listadas a seguir:

$$(x_2 - x_1)(y'_1 - y'_2) - (y_2 - y_1)(x'_1 - x'_2) = 0 \quad (6.15)$$

$$(x_3 - x_1)(y'_1 - y'_3) - (y_3 - y_1)(x'_1 - x'_3) = 0 \quad (6.16)$$

$$(x_4 - x_1)(y'_1 - y'_4) - (y_4 - y_1)(x'_1 - x'_4) = 0 \quad (6.17)$$

$$(x_2 - x_1)(y'_1 - y'_3) - (y_3 - y_1)(x'_1 - x'_2) = 0 \quad (6.18)$$

$$(x_2 - x_1)(y'_1 - y'_4) - (y_4 - y_1)(x'_1 - x'_2) = 0 \quad (6.19)$$

onde cada índice usado indica uma das partículas filhas para o ajuste do vértice. As variáveis x e y são as posições x e y das partículas filhas e as variáveis x' e y' são as derivadas de x e y em relação a z , respectivamente.

Para o caso de três partículas filhas, somente as equações 6.15, 6.16 e 6.18 representam o vínculo geométrico. Já para o caso de 2 partículas filhas, somente a equação 6.15 representa este tipo de vínculo.

Cada partícula filha é representada por um traço. O vínculo geométrico exige que as partículas filhas tenham um ponto comum no espaço. Neste ponto, as coordenadas x , y e z para todas as partículas filhas devem ser iguais separadamente. Essa exigência origina as equações de vínculo geométrico,

que foram enumeradas anteriormente para o caso de quatro partículas filhas (6.15 - 6.19). Para duas partículas filhas, por exemplo, e usando a notação anterior, tem-se:

$$x_1 = x_1^0 + x_1' (z_1 - z^0) \quad x_2 = x_2^0 + x_2' (z_2 - z^0)$$

$$y_1 = y_1^0 + y_1' (z_1 - z^0) \quad y_2 = y_2^0 + y_2' (z_2 - z^0)$$

Considerando $z^* = z - z^0$, a exigência de que as duas partículas tenham um ponto comum no espaço, é:

$$x_1 = x_2 \quad y_1 = y_2 \quad z_1 = z_2$$

A partir destas equações, que vinculam o sistema, chega-se à equação de vínculo para duas partículas filhas (6.15):

$$z^* = \frac{x_2 - x_1}{x_1 - x_2} = \frac{y_2 - y_1}{y_1 - y_2}$$

Uma análise similar para os demais casos originam as equações de vínculo geométrico mostradas anteriormente (6.15 - 6.19).

O número de graus de liberdade do sistema é igual ao número de equações de vínculo do sistema. Sempre haverá uma equação para cada vínculo de massa invariante considerado e $2N - 3$ equações para o vínculo geométrico com N partículas filhas. Como consequência, quando nenhuma partícula filha for uma ressonância, haverá $q = 2N - 2$ equações de vínculo, uma para o vínculo de massa invariante da partícula mãe e $2N - 3$ para o vínculo geométrico. No caso em que uma das filhas for uma ressonância, haverá um total de $q = 2N - 1$ equações de vínculo e no caso em que duas filhas forem ressonâncias, haverá um total de $q = 2N$ equações de vínculo.

Para um grande número de partículas filhas, o procedimento usado nesta ferramenta, através da utilização do método de multiplicadores de *Lagrange*, exige a inversão de matrizes enormes e a obtenção de várias derivadas parciais. Portanto, para N grande, outros métodos deveriam ser mais apropriados.

A descrição da implementação desta ferramenta é feita na próxima seção. Por outro lado, as fórmulas necessárias para o ajuste de duas, três ou quatro partículas filhas, usadas nesta ferramenta, podem ser encontradas no

apêndice A.

6.4 Implementação em C++ da ferramenta *Lagrange-MassVertexFitter*

Para implementar este ajuste de vértices, uma classe concreta chamada *LagrangeMassVertexFitter* foi criada. Esta classe possui um método principal, que será chamado pelo usuário da ferramenta. Este método se chama *fitWithMass* e possui quatro assinaturas, que estão disponíveis para o usuário. Ele recebe dois, três ou quatro objetos partícula e verifica se eles são ressonâncias. Somente objetos partícula com largura menor do que $1 \text{ MeV}/c^2$ serão considerados como uma ressonância pela ferramenta. O método principal devolve um objeto vértice e um objeto partícula com todas as suas informações. Os parâmetros originais das partículas filhas não são modificados. O *Vertex type* é definido como "*DecayWithMass*".

Quando são dados como entrada apenas dois objetos partícula, podem existir uma ou duas ressonâncias. Por outro lado, quando são dados como entrada três objetos partícula, só pode existir uma ressonância. Quando quatro objetos partícula são dados como entrada, não podem existir ressonâncias, já que a ferramenta foi desenvolvida para fazer o ajuste vinculado de vértices com no máximo quatro partículas filhas.

Se nenhuma ressonância for encontrada, o método *fitWithMass* chama o método interno *fitWithNoRes*, com os mesmos objetos partícula recebidos pelo usuário, e este método fará um ajuste com vínculo geométrico e de massa invariante para a partícula mãe. Se uma ressonância for encontrada, ele chama o método interno *fitWithOneSubMass*, com as filhas da ressonância e com os objetos partícula recebidos pelo usuário e que não são ressonâncias, e este método fará um ajuste com vínculo geométrico e de massa invariante para a partícula mãe e para a ressonância. Se duas ressonâncias forem encontradas, ele chama o método interno *fitWithTwoSubMass*, com as filhas das ressonâncias, e este método fará um

ajuste com vínculo geométrico e de massa invariante para a partícula mãe e para as ressonâncias.

As assinaturas para o método *fitWithMass*, disponíveis para o usuário, são listadas a seguir:

- `StatusCodes fitWithMass(const std::string&, const ParticleVector&, Vertex&, Particle&);`
- `StatusCodes fitWithMass(const std::string&, Particle&, Particle&, Vertex&, Particle&);`
- `StatusCodes fitWithMass(const std::string&, Particle&, Particle&, Particle&, Vertex&, Particle&);`
- `StatusCodes fitWithMass(const std::string&, Particle&, Particle&, Particle&, Particle&, Vertex&, Particle&);`

O método *fitWithNoRess* usa quatro métodos privados. O método privado *itera* faz uma interação do ajuste com dois, três ou quatro objetos partícula. Ele retorna o vetor de parâmetros (e) e a matriz de covariância (Ce) após uma interação do ajuste com vínculo. O método privado *nwcov* calcula os parâmetros e a matriz de covariância da nova partícula formada. O método privado *evalu* avalia quão bem as equações de vínculo são satisfeitas numa dada interação. Este método funciona para os casos de dois, três ou quatro objetos partícula. Ele devolve a massa invariante nesta etapa (*massConstrCalc*) e a diferença no z estimado do vértice (z^* da seção 6.2) para cada equação de vínculo geométrico considerada (*diffZVeri*, onde $i = 1, \dots, 5$ para 4 partículas, $i = 1, \dots, 3$ para 3 partículas e $i = 1$ para 2 partículas). O método privado *chisq* calcula o χ^2 do ajuste com vínculo.

O método *fitWithOneSubMass* também usa quatro métodos privados: *itera*, *nwcov*, *evalu* e *chisq*. Nesse caso, entretanto, o método *itera* faz uma

interação do ajuste com vínculo para os casos de três ou quatro objetos partícula e o método *evalu* avalia quão bem as equações de vínculo são satisfeitas numa dada interação para os mesmos casos.

O método *fitWithTwoSubMass* também usa quatro métodos privados: *itera*, *nwcov*, *evalu* e *chisq*. Neste caso, o método *itera* faz uma interação do ajuste com vínculo para o caso de quatro objetos partícula e o método *evalu* avalia quão bem as equações de vínculo são satisfeitas numa dada interação para o mesmo caso.

O número de graus de liberdade do sistema para o ajuste com vínculo geométrico e de massa invariante para a partícula mãe e para as ressonâncias é V , onde V é o número de equações de vínculo do sistema. Quando nenhum objeto partícula é uma ressonância, $V = 2N - 2$, quando existe uma ressonância, $V = 2N - 1$, e quando existem duas ressonâncias, $V = 2N$, onde N é o número de partículas filhas, que serão usadas para fazer o ajuste vinculado.

Um exemplo de uso é:

```
Vertex jpsiVtx;
Particle jpsi;
StatusCode scLagFit = massVertexFitter()->
    fitWithMass("J/psi(1S)",
   >(*iMuMinus),>(*iMuPlus),
    jpsiVtx, jpsi);
```

onde *iMuMinus* e *iMuPlus* são objetos do tipo `ParticleVector::iterator`.

Outra possibilidade consiste em colocar todas as partículas num *ParticleVector*:

```
Vertex jpsiVtx;
Particle jpsi;
ParticleVector vMuComb;
```

```
vMuComb.push_back(*iMuMinus);
vMuComb.push_back(*iMuPlus);
StatusCode scLagFit = massVertexFitter()->
    fitWithMass("J/psi(1S)",
    vMuComb, jpsiVtx, jpsi);
```

As fórmulas e derivadas parciais necessárias para o método *itera*, para os casos descritos anteriormente, podem ser encontradas no apêndice A, seção A.2. As equações necessárias para o método *nwconv*, para os mesmos casos, podem ser encontradas no apêndice A, seção A.3.

6.5 Descrição da ferramenta *LagrangeGeomVertexFitter*

Esta ferramenta foi desenvolvida para fazer reconstruções de vértices para até quatro partículas. Ela usa o método de multiplicadores de *Lagrange*, descrito na seção 6.2, e possui dois métodos principais. O primeiro faz um ajuste de vértice apenas com vínculo geométrico. O segundo faz um ajuste de vértice com vínculo geométrico e de massa invariante das partículas filhas que são ressonâncias. Nesta ferramenta, somente partículas com largura menor do que 10 MeV/c² serão consideradas ressonâncias. No caso de decaimentos de mésons *B*, os dois tipos de ajustes implementados por esta ferramenta são apropriados tanto para o *B* (partícula mãe) quanto para as suas filhas, já que nenhum dos dois métodos vincula a massa da partícula mãe, o que não interessa para a análise dos decaimentos.

O vínculo geométrico é a condição de que todas as partículas devem ter um ponto comum no espaço. O vínculo de massa invariante, por outro lado, é a condição de que todas as partículas filhas, juntas, devem dar a massa invariante da partícula mãe. Este vínculo é obtido pela seguinte fórmula:

$$M^2 = \left(\sum_{i=1}^N p_i \right)^2 \quad (6.20)$$

onde *M* é a massa invariante vinculada (massa da partícula

mãe), N é o número de partículas que vão vincular a massa (número de partículas filhas) e p_i é o quadri-momento destas partículas.

As equações de vínculo geométrico para o caso de quatro partículas filhas são listadas a seguir:

$$(x_2 - x_1)(y'_1 - y'_2) - (y_2 - y_1)(x'_1 - x'_2) = 0 \quad (6.21)$$

$$(x_3 - x_1)(y'_1 - y'_3) - (y_3 - y_1)(x'_1 - x'_3) = 0 \quad (6.22)$$

$$(x_4 - x_1)(y'_1 - y'_4) - (y_4 - y_1)(x'_1 - x'_4) = 0 \quad (6.23)$$

$$(x_2 - x_1)(y'_1 - y'_3) - (y_3 - y_1)(x'_1 - x'_2) = 0 \quad (6.24)$$

$$(x_2 - x_1)(y'_1 - y'_4) - (y_4 - y_1)(x'_1 - x'_2) = 0 \quad (6.25)$$

onde cada índice usado indica uma das partículas filhas para o ajuste do vértice. As variáveis x e y são as posições x e y das partículas filhas e as variáveis x' e y' são as derivadas de x e y em relação a z , respectivamente.

Para o caso de três partículas filhas, somente as equações 6.21, 6.22 e 6.24 representam o vínculo geométrico. Já para o caso de 2 partículas filhas, somente a equação 6.21 representa este tipo de vínculo.

Cada partícula filha é representada por um traço. O vínculo geométrico exige que as partículas filhas tenham um ponto comum no espaço. Neste ponto, as coordenadas x , y e z para todas as partículas filhas devem ser iguais separadamente. Essa exigência origina as equações de vínculo geométrico, enumeradas anteriormente (6.21 - 6.25). Para duas partículas filhas, por exemplo, e usando a notação anterior, tem-se:

$$\begin{aligned} x_1 &= x_1^0 + x'_1 (z_1 - z^0) & x_2 &= x_2^0 + x'_2 (z_2 - z^0) \\ y_1 &= y_1^0 + y'_1 (z_1 - z^0) & y_2 &= y_2^0 + y'_2 (z_2 - z^0) \end{aligned}$$

Considerando $z^* = z - z^0$, a exigência de que as duas partículas tenham um ponto comum no espaço, é:

$$x_1 = x_2 \quad y_1 = y_2 \quad z_1 = z_2$$

A partir destas equações, que vinculam o sistema, chega-se à equação de vínculo para duas partículas filhas (6.21):

$$z^* = \frac{x_2 - x_1}{x_1 - x_2} = \frac{y_2 - y_1}{y_1 - y_2}$$

Uma análise similar para os demais casos originam as equações de vínculo geométrico mostradas anteriormente (6.21 - 6.25).

O número de graus de liberdade do sistema é igual ao número de equações de vínculo do sistema. Sempre haverá uma equação para cada vínculo de massa invariante considerado e $2N - 3$ equações para o vínculo geométrico com N partículas filhas. Como consequência, para o método que faz o ajuste apenas com o vínculo geométrico, haverá um total de $q = 2N - 3$ equações de vínculo. Para o outro método, haverá um total de $q = 2N - 2$ equações de vínculo quando existir uma partícula filha que é ressonância e haverá um total de $q = 2N - 1$ equações de vínculo quando duas partículas filhas forem ressonâncias.

Para um grande número de partículas filhas, o procedimento usado nesta ferramenta, através da utilização do método de multiplicadores de *Lagrange*, exige a inversão de matrizes enormes e a obtenção de várias derivadas parciais. Portanto, para N grande, outros métodos deveriam ser mais apropriados.

A descrição da implementação desta ferramenta é feita na próxima seção. Por outro lado, as fórmulas necessárias para o ajuste de duas, três ou quatro partículas filhas, usadas nesta ferramenta, podem ser encontradas no apêndice B.

6.6 Implementação em C++ da ferramenta *LagrangeGeomVertexFitter*

Para implementar este ajuste de vértices, uma classe concreta chamada *LagrangeGeomVertexFitter* foi criada. Esta classe possui dois métodos principais, que serão chamados pelo usuário da ferramenta. Estes métodos se chamam *fitWithGeom* e *fitWithGeomAndSubMass*. O primeiro possui qua-

tro assinaturas, que estão disponíveis para o usuário, e o segundo possui três assinaturas, também disponíveis para o usuário.

Ambos os métodos recebem objetos partícula como entrada e devolvem um objeto vértice e um objeto partícula com todas as suas informações. O método *fitWithGeom* deve receber dois, três ou quatro objetos partícula como entrada e o método *fitWithGeomAndSubMass* deve receber dois ou três objetos partícula como entrada. Eles verificam se os objetos partícula recebidos são ressonâncias. Somente objetos partícula com largura menor do que $10 \text{ MeV}/c^2$ serão considerados como ressonância pela ferramenta. O segundo método só funciona se existir uma ressonância. Então, ele não pode ser usado pelo usuário se não houver ressonâncias.

Quando dois objetos partícula são recebidos, uma ou duas ressonâncias podem existir. Por outro lado, quando três objetos partícula são recebidos, somente uma ressonância pode existir. Quando quatro objetos partícula são recebidos, não pode existir nenhuma ressonância, já que a ferramenta foi desenvolvida para fazer o ajuste vinculado de vértices com no máximo quatro partículas filhas. Neste último caso, o segundo método jamais pode ser usado e nos demais casos, ele pode ser usado se houver ao menos uma ressonância.

Se nenhuma ressonância for encontrada, o método *fitWithGeom* chama o método interno *fitWithGeomWithoutRess*, com os mesmos objetos partícula dados pelo usuário, e este método fará um ajuste com vínculo geométrico. Se forem encontradas uma ou duas ressonâncias, o método *fitWithGeom* preenche um vetor com as filhas das ressonâncias e com os objetos partícula que não são ressonâncias. Então, ele chama o método interno *fitWithGeomWithoutRess*, que fará um ajuste com vínculo geométrico.

Se houver apenas uma ressonância, o método *fitWithGeomAndSubMass* preenche um vetor com as filhas da ressonância e com os objetos partícula que não são ressonâncias. Então, ele chama o método interno chamado *fitWithGeomAndOneSubMass*, que fará um ajuste com vínculo geométrico e com vínculo de massa invariante para a ressonância. Se houver duas res-

sonâncias, o método *fitWithGeomAndSubMass* preenche um vetor com suas filhas. Então, ele chama o método interno *fitWithGeomAndTwoSubMass*, que fará um ajuste com vínculo geométrico e com vínculo de massa invariante para as ressonâncias.

As assinaturas para o método *fitWithGeom* são mostradas a seguir:

- `StatusCode fitWithGeom(const std::string&, const ParticleVector&, Vertex&, Particle&);`
- `StatusCode fitWithGeom(const std::string&, Particle&, Particle&, Vertex&, Particle&);`
- `StatusCode fitWithGeom(const std::string&, Particle&, Particle&, Particle&, Vertex&, Particle&);`
- `StatusCode fitWithGeom(const std::string&, Particle&, Particle&, Particle&, Particle&, Vertex&, Particle&);`

As assinaturas para o método *fitWithGeomAndSubMass* são mostradas a seguir:

- `StatusCode fitWithGeomAndSubMass(const std::string&, const ParticleVector&, Vertex&, Particle&);`
- `StatusCode fitWithGeomAndSubMass(const std::string&, Particle&, Particle&, Vertex&, Particle&);`
- `StatusCode fitWithGeomAndSubMass(const std::string&, Particle&, Particle&, Particle&, Vertex&, Particle&);`

O método *fitWithGeomWithoutRes* usa quatro métodos privados. O método privado *itera* faz uma interação do ajuste com vínculo para dois,

três ou quatro objetos partícula. Ele devolve o vetor de parâmetros (e) e a matriz de covariância (Ce) após uma interação do ajuste com vínculo. O método privado *nwcov* calcula os parâmetros e a matriz de covariância da nova partícula formada. O método privado *evalu* avalia quão bem as equações de vínculo são satisfeitas numa dada interação. Este método funciona para os casos de dois, três ou quatro objetos partícula. Ele devolve a diferença no z estimado do vértice (z^* da seção 6.4) para cada equação de vínculo geométrica considerada (*diffZVeri*, onde $i = 1, \dots, 5$ para 4 partículas, $i = 1, \dots, 3$ para 3 partículas e $i = 1$ para 2 partículas). O método privado *chisq* calcula o χ^2 do ajuste com vínculo.

O método *fitWithGeomAndOneSubMass*, que é chamado pelo método *fitWithGeomAndSubMass*, usa quatro métodos privados: *itera*, *nwcov*, *evalu* e *chisq*. Neste caso, o método *itera* faz uma interação do ajuste com vínculo para três ou quatro objetos partícula e o método *evalu* avalia quão bem as equações de vínculo são satisfeitas numa dada interação para os mesmos casos.

O método *fitWithGeomAndTwoSubMass*, que é chamado pelo método *fitWithGeomAndSubMass*, usa quatro métodos privados: *itera*, *nwcov*, *evalu* e *chisq*. Neste caso, o método *itera* faz uma interação do ajuste com vínculo para quatro objetos partícula e o método *evalu* avalia quão bem as equações de vínculo são satisfeitas numa dada interação para o mesmo caso.

O número de graus de liberdade do sistema para o ajuste com vínculo geométrico, com ou sem vínculo de massa invariante da ressonância, é V , onde V é o número de equações de vínculo do sistema. Para o método *fitWithGeom*, $V = 2N - 3$ para todos os casos. Para o método *fitWithGeomAndSubMass*, entretanto, $V = 2N - 2$, quando um objeto partícula for uma ressonância, e $V = 2N - 1$, quando dois objetos partícula forem ressonâncias. N é o número de partículas filhas, que serão usadas para fazer o ajuste vinculado.

Um exemplo de uso é:

```

Vertex jpsiVtx;
Particle jpsi;
StatusCode scLagFit = geomVertexFitter()->
    fitWithGeom("J/psi(1S)",
   >(*iMuMinus),>(*iMuPlus),
    jpsiVtx, jpsi);

```

onde `iMuMinus` e `iMuPlus` são objetos do tipo `ParticleVector::iterator`.

Outra possibilidade consiste em colocar todas as partículas num *ParticleVector*:

```

Vertex jpsiVtx;
Particle jpsi;
ParticleVector vMuComb;
vMuComb.push_back(*iMuMinus);
vMuComb.push_back(*iMuPlus);

StatusCode scLagFit = geomVertexFitter()->
    fitWithGeom("J/psi(1S)",
    vMuComb, jpsiVtx, jpsi);

```

Quando pelo menos uma das partículas filhas for uma ressonância, também pode-se usar o método *fitWithGeomAndSubMass* ao invés do método *fitWithGeom* nos exemplos dados.

As fórmulas e as derivadas parciais necessárias para o método *itera*, para os casos descritos anteriormente, podem ser encontradas no apêndice B, seção B.2. As equações necessárias para o método *nwcov*, para os mesmos casos, podem ser encontradas no apêndice B, seção B.3.

6.7 Estudo de desempenho das ferramentas de reconstrução de vértices com vínculos

O canal principal usado no estudo do desempenho das ferramentas de reconstrução de vértices com vínculos foi o canal $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$. Ele foi escolhido porque possui uma ressonância, J/ψ , e um K_s , que pode ser reconstruído por tipos diferentes de traços.

Neste estudo, mostra-se que existe uma melhora significativa na resolução da massa do B_d e na resolução em z do K_s para o decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$, e uma melhora na resolução da massa do B_d para o decaimento $B_d \rightarrow D^0K^*$, quando se utilizam as ferramentas de reconstrução de vértices com vínculos no lugar da ferramenta de reconstrução de vértices sem vínculos.

Além disso, um estudo do χ^2 do ajuste das ferramentas de reconstrução de vértices com vínculos mostra que a distribuição de χ^2 obtida por cada ferramenta está de acordo com a distribuição esperada de χ^2 para cada uma, quando o mesmo número de graus de liberdade e o mesmo número de medidas são usados. Este estudo mostra também que a função *prob* correspondente a cada distribuição de χ^2 obtida pelas ferramentas está de acordo com o resultado esperado para ela para todos os casos analisados, ou seja, é uniforme para todos os casos.

Como parte do estudo feito, mostra-se também que a resolução do *pull* do tempo de vida próprio para o B_d , para todos os casos de ajuste de vértice considerados para o decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$, é de ≈ 1 , valor esperado quando os erros são calculados corretamente, já que o *pull* é dado por:

$$\frac{\tau_{rec} - \tau_{true}}{\sigma}$$

onde τ_{rec} é o tempo de vida próprio dos mésons B reconstruídos, τ_{true} é o tempo de vida próprio dos mésons B verdadeiros e σ é o erro de τ_{rec} .

Existem três tipos de traços que serão considerados neste estudo. São

eles:

- Traços longos (*long tracks* - L) \rightarrow atravessam todo o detetor, gerando marcas no *VELO* e nas estações de determinação de traços TT e $T1-T3$.
- Traços acima (*upstream tracks* - U) \rightarrow geram marcas somente no *VELO* e na estação de determinação de traços TT .
- Traços abaixo (*downstream tracks* - D) \rightarrow geram marcas somente nas estações de determinação de traços TT e $T1-T3$.

Na análise do decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$, somente J/ψ feitos por dois múons do tipo L (categoria LL) serão considerados. Por outro lado, serão considerados K_s feitos por dois píons do tipo L (categoria LL), por um píon do tipo L e um píon do tipo U (categoria LU) e por dois píons do tipo D (categoria DD).

O ajuste com vínculo geométrico e com vínculo de massa invariante (ferramenta *LagrangeMassVertexFitter*) foi feito para o vértice do J/ψ para o decaimento $J/\psi \rightarrow \mu^+\mu^-$. Apesar de não melhorar a resolução em z do J/ψ significativamente, melhora muito a resolução da massa do B_d , no decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$. Há uma melhora de $(16,2 \pm 0,4)$ MeV/c² para $(9,1 \pm 0,2)$ MeV/c², na categoria LL , ou seja, quando somente K_s do tipo LL são usados para formar o B_d . Na categoria LU , ou seja, quando somente K_s do tipo LU são usados para formar o B_d , a resolução da massa do B_d também melhora muito, de $(18,5 \pm 0,7)$ MeV/c² para $(11,1 \pm 0,3)$ MeV/c², e melhora ainda mais para $(9,1 \pm 1,7)$ MeV/c², quando o ajuste com vínculo geométrico e com vínculo de massa invariante (ferramenta *LagrangeMassVertexFitter*) também é feito para o vértice do K_s , que é mal reconstruído nesta categoria. Os gráficos estão na Fig. 6.1 para as duas categorias.

O mesmo comportamento de melhora da resolução da massa do B_d foi obtido no decaimento $B_d \rightarrow D^0 K^*$. Quando o ajuste com vínculo geométrico e com vínculo de massa invariante (ferramenta

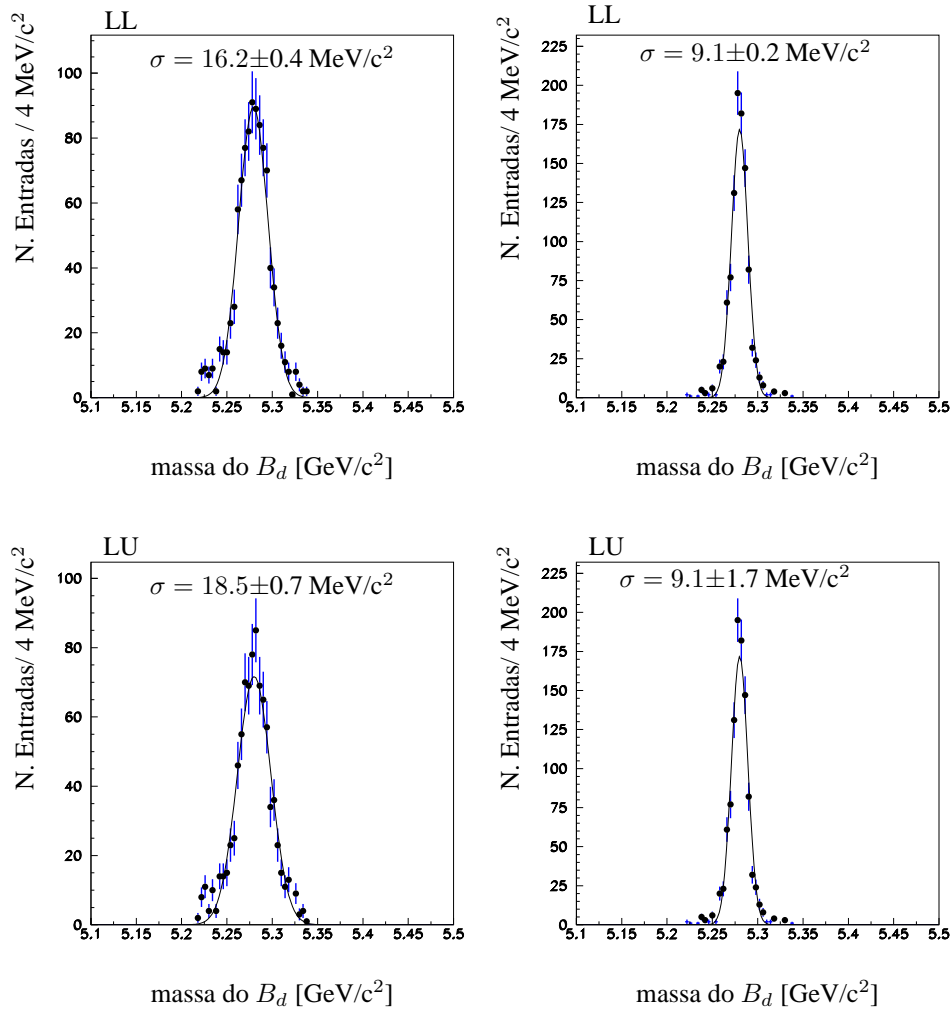


Figura 6.1: Resolução da massa de B_d para as categorias LL (gráficos superiores) e LU (gráficos inferiores). Usa-se ajuste sem vínculos para o J/Ψ e para o K_s (esquerda) e ajuste com vínculo geométrico e com vínculo de massa invariante para o J/ψ (direita superior) e para o J/ψ e para o K_s (direita inferior).

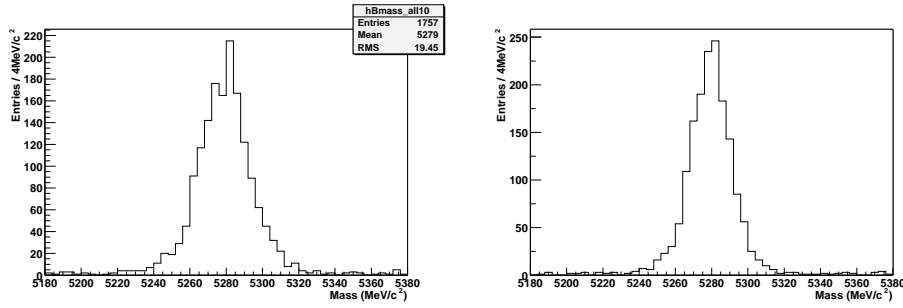


Figura 6.2: Resolução da massa de B_d para o decaimento $B_d \rightarrow D^0 K^*$. Usa-se o ajuste sem vínculos para o vértice de D (esquerda) e o ajuste com vínculo geométrico e com vínculo de massa invariante para vértice de D (direita).

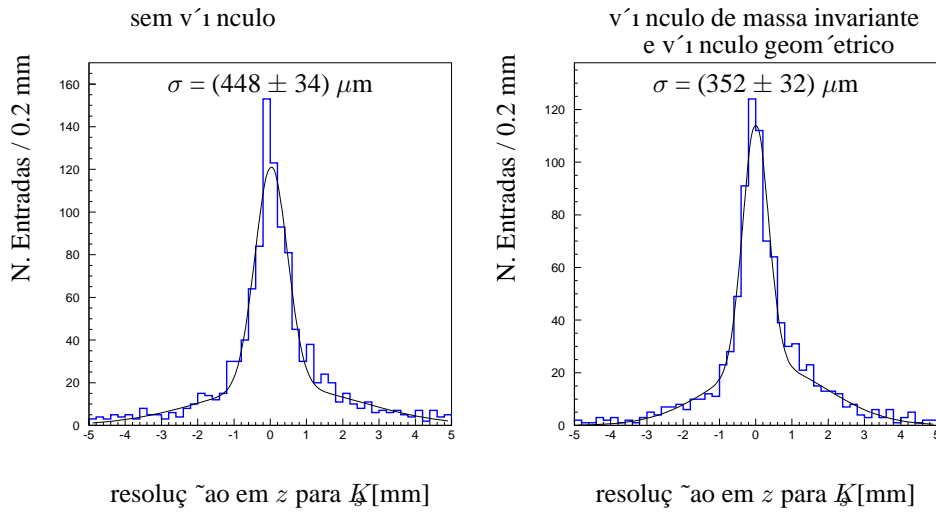


Figura 6.3: Resolução em z do vértice do $K_s \rightarrow \pi^+ \pi^-$, para o decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+ \mu^-) K_s(\pi^+ \pi^-)$, para o ajuste deste vértice sem vínculos (esquerda) e com vínculo geométrico e com vínculo de massa invariante (direita). Usa-se somente traços para formar o K_s (categoria LL).

LagrangeMassVertexFitter) foi feito no vértice do D^0 , a resolução da massa do B_d melhorou de $(14,4 \pm 0,34)$ MeV/c^2 para $(11,3 \pm 0,26)$ MeV/c^2 . Os gráficos estão na Fig. 6.2.

A resolução em z do vértice do K_s do decaimento $K_s \rightarrow \pi^+ \pi^-$, na categoria LL , melhora em 3σ , de (448 ± 34) μm para (352 ± 32) μm , quando o ajuste com vínculo geométrico e com vínculo de massa invariante (ferramenta *LagrangeMassVertexFitter*) é feito neste vértice. Os gráficos estão na Fig. 6.3.

Uma comparação entre o ajuste com vínculo geométrico do vértice do

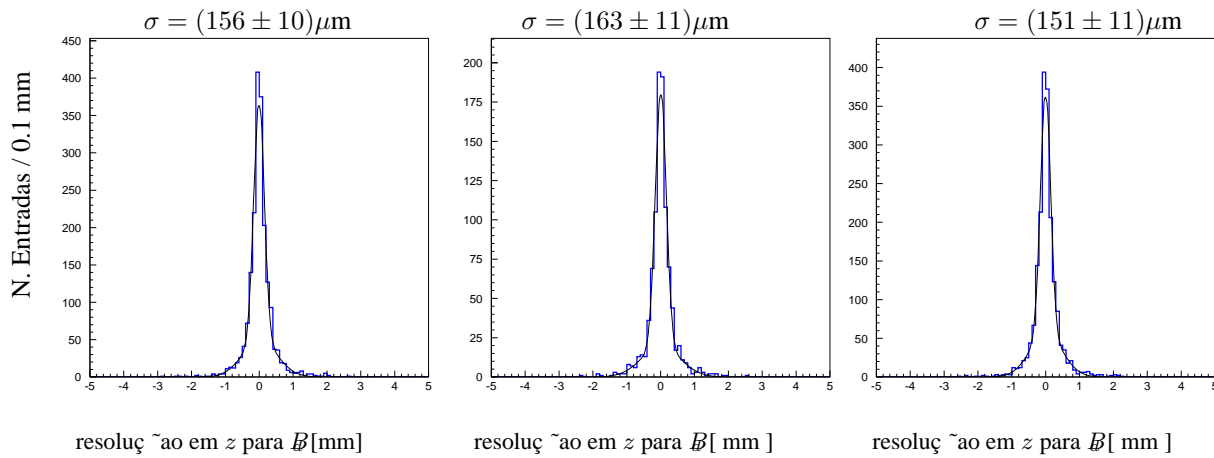


Figura 6.4: Resolução em z para o vértice do B_d do decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$ para três tipos diferentes de ajuste de vértices. Da esquerda para a direita: ajuste sem vínculos, ajuste com vínculo geométrico para o vértice do B_d e ajuste com vínculo geométrico para o vértice do J/Ψ com vínculo de massa invariante para o vértice do J/Ψ . Foi usado K_s da categoria DD .

B_d (ferramenta *LagrangeGeomVertexFitter*), com e sem vínculo de massa invariante da ressonância (J/ψ) foi feita com K_s da categoria DD . Não houve melhora na resolução em z do vértice do B_d obtida, como pode ser visto nos gráficos da Fig. 6.4.

Para verificar se os erros foram levados em conta corretamente, a distribuição esperada de χ^2 com o correspondente número de graus de liberdade foi comparada com a distribuição de χ^2 obtida pelo ajuste feito pelas ferramentas de reconstrução de vértices com vínculos. Este estudo foi feito para vértices formados por duas e três partículas básicas, usando os decaimentos $J/\Psi \rightarrow \mu^+\mu^-$ e $D_s^\pm \rightarrow K^+K^-\pi^\pm$, respectivamente, e em ambos os casos, a concordância entre as distribuições é muito boa. Isso pode ser visto nos gráficos da Fig. 6.5 e da Fig. 6.7 para três tipos de ajuste de vértice: sem vínculos, com vínculo geométrico e com vínculo de massa invariante para a partícula mãe (ferramenta *LagrangeMassVertexFitter*) e somente com vínculo geométrico (ferramenta *LagrangeGeomVertexFitter*). Além disso, a função *prob* correspondente a cada distribuição de χ^2 obtida pelas ferramentas de reconstrução de vértices com vínculos para cada decaimento está de acordo com o esperado, ou seja, é uniforme, e pode ser vista na Fig. 6.6

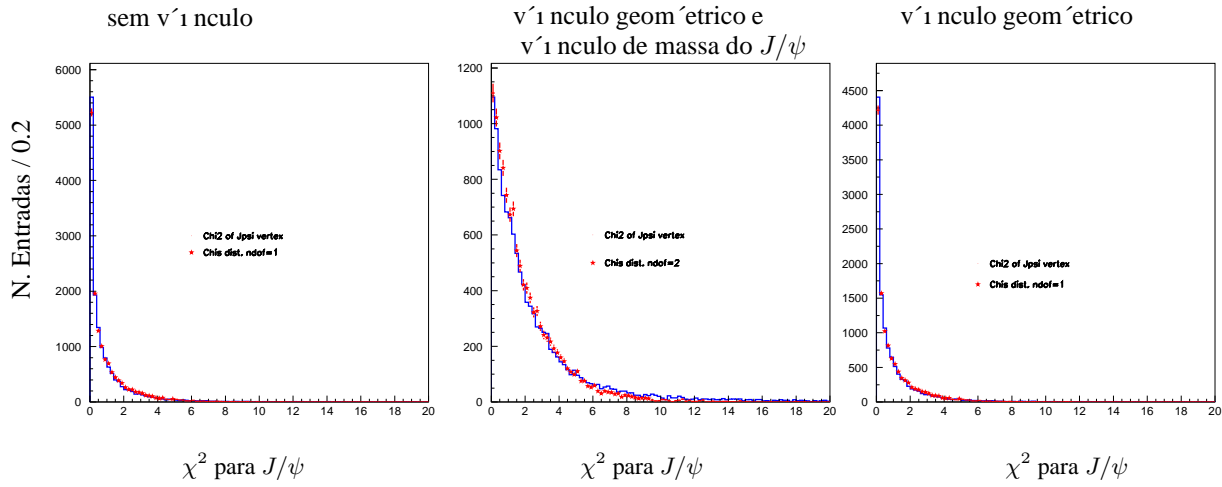


Figura 6.5: Estudo de χ^2 do vértice do J/ψ para o decaimento $J/\psi \rightarrow \mu^+ \mu^-$ para três tipos de ajuste de vértice. O ajuste sem vínculos (esquerda) tem um grau de liberdade, o ajuste com vínculo geométrico e com vínculo de massa invariante para o J/ψ (centro) possui dois graus de liberdade e o ajuste com vínculo geométrico (direita) possui um grau de liberdade.

e na Fig. 6.8.

Para verificar se os erros foram estimados corretamente, o *pull* da distribuição do tempo de vida próprio do B_d para o decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+ \mu^-)K_s(\pi^+ \pi^-)$ foi usado. O tempo próprio, τ , é dado por:

$$\tau = \frac{t}{\gamma} \quad (6.26)$$

onde t é o tempo de voo do B_d no referencial do laboratório e γ é o fator de *Lorentz*. Como $t = \frac{L}{p/E}$ (onde L é a distância entre o vértice de decaimento do B_d e o vértice primário; p e E são o momento e a energia de B_d) e como $\gamma = E/m_{B_d}$, tem-se que $\tau = Lm/p$. O erro propagado para τ envolve as matrizes de erro no momento e no ajuste de vértice. Quando a resolução da distribuição do *pull*, $(\tau_{rec} - \tau_{true})/\sigma$, é ≈ 1 , os erros são corretamente levados em consideração. Este é o resultado obtido para as distribuições do *pull* do tempo próprio do B_d , no decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+ \mu^-)K_s(\pi^+ \pi^-)$, para todos os tipos de ajuste de vértice. Estas distribuições para os três tipos de ajuste de vértice podem ser vistas na Fig. 6.9.

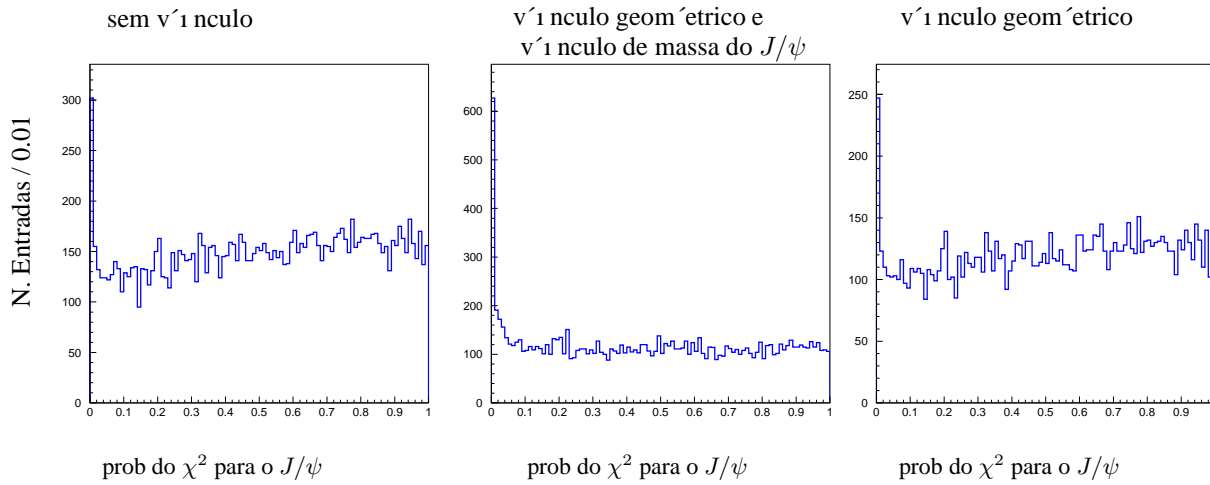


Figura 6.6: Prob do χ^2 para o vértice do J/ψ para o decaimento $J/\psi \rightarrow \mu^+ \mu^-$ para três tipos de ajuste de vértice. O ajuste sem v1nculos (esquerda) tem um grau de liberdade, o ajuste com v1nculo geométrico e com v1nculo de massa invariante para o J/ψ (centro) possui dois graus de liberdade e o ajuste com v1nculo geométrico (direita) possui um grau de liberdade.

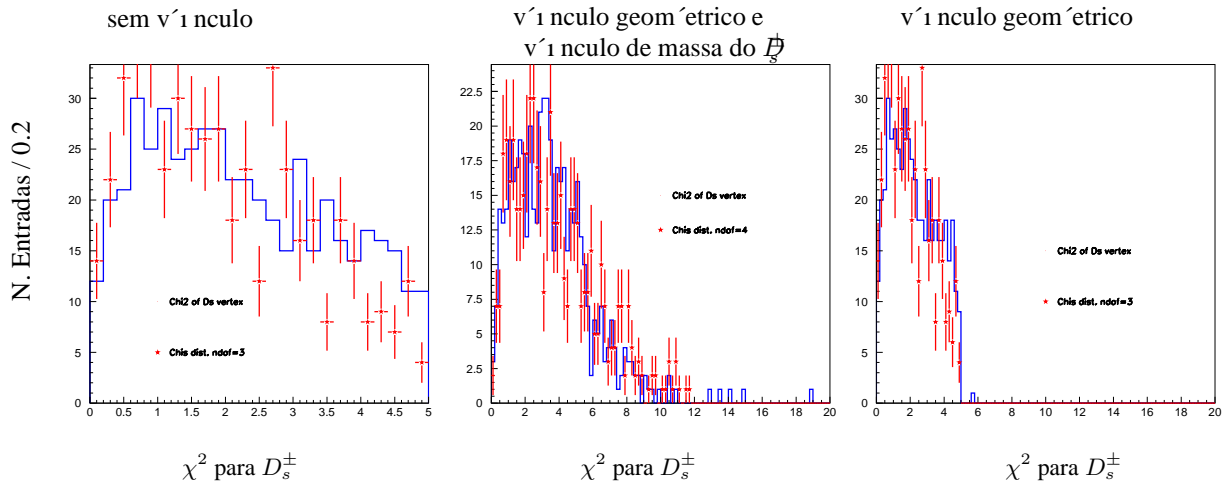


Figura 6.7: Estudo de χ^2 para o vértice do D_s^\pm no decaimento $D_s^\pm \rightarrow K^+ K^- \pi^\pm$ para três tipos de ajuste de vértice. O ajuste sem v1nculos (esquerda) possui três graus de liberdade, o ajuste com v1nculo geométrico e com v1nculo de massa invariante para o D_s^\pm (centro) possui quatro graus de liberdade e o ajuste com v1nculo geométrico (direita) possui três graus de liberdade.

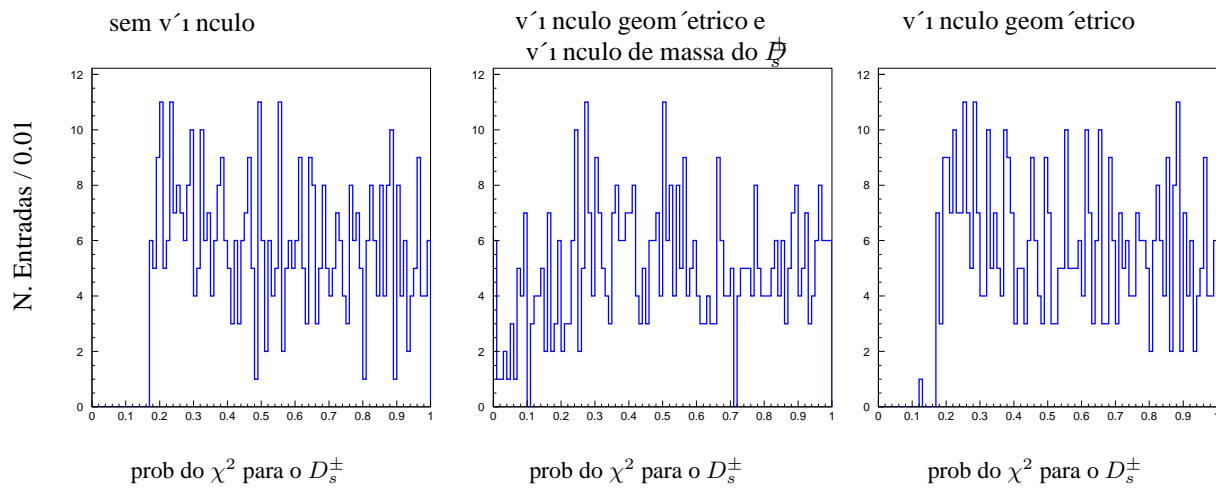


Figura 6.8: Prob do χ^2 para o vértice do D_s^\pm para o decaimento $D_s^\pm \rightarrow K^+K^-\pi^\pm$ para três tipos de ajuste de vértice. O ajuste sem vínculos (esquerda) possui três graus de liberdade, o ajuste com vínculo geométrico e com vínculo de massa invariante para \bar{D} (centro) possui quatro graus de liberdade e o ajuste com vínculo geométrico (direita) possui três graus de liberdade.

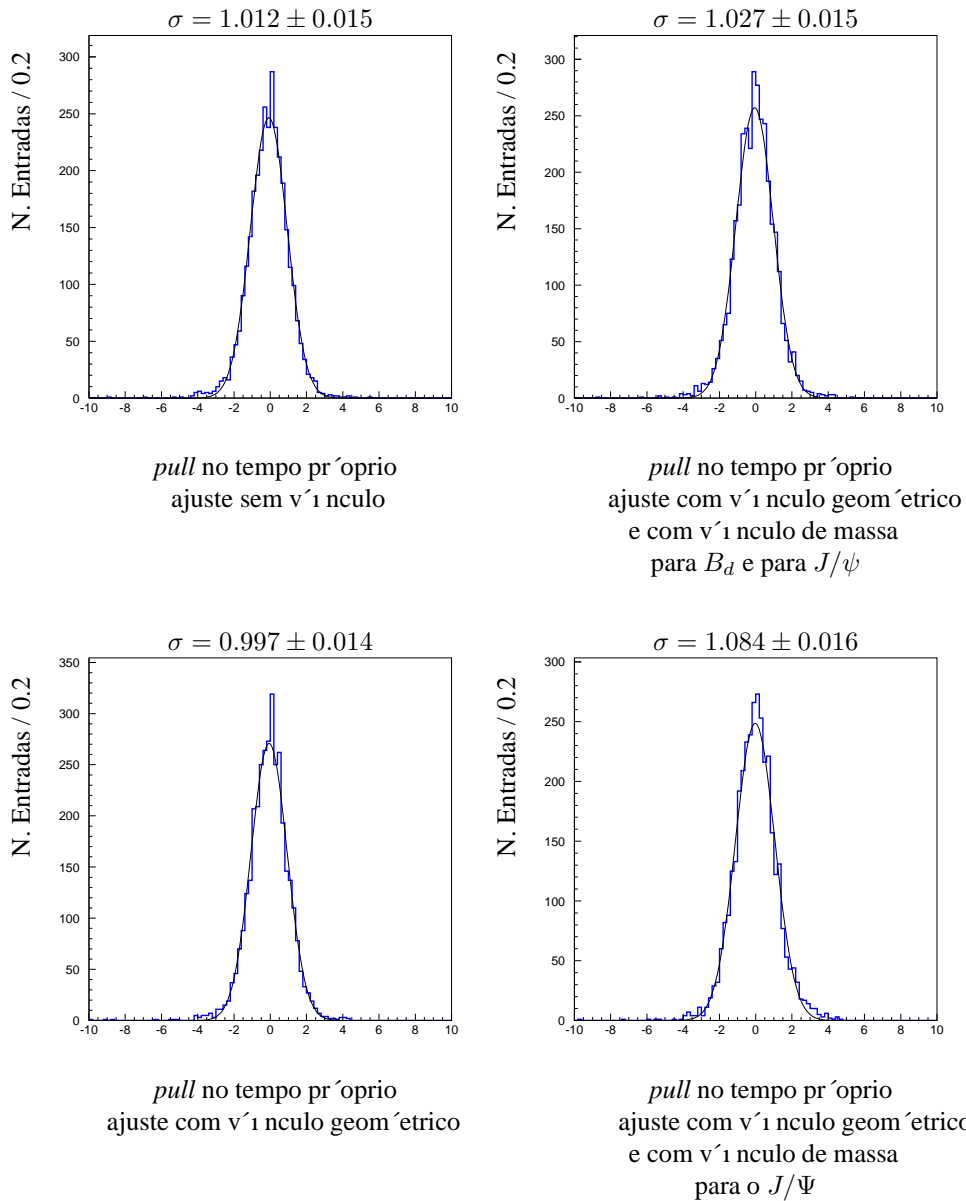


Figura 6.9: *Pull* no tempo próprio do B_d , no decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$, para ajustes de vértice com vértices e sem vértices. Considera-se todas as possibilidades de ajustes com vértices.

Capítulo 7

Identificação de Múons

7.1 Introdução

O detetor de múons do experimento LHCb é fundamental para a identificação de múons e para o sistema de gatilho. A identificação de múons é muito importante para uma boa reconstrução dos decaimentos de mésons B que possuem múons nos seus estados finais e para a identificação de sabores (tag) dos mésons B iniciais, feita pelos decaimentos semi-leptônicos dos mésons B acompanhantes.

É muito importante, em especial para os decaimentos raros com múons nos estados finais, que se tenha uma alta eficiência de identificação de múons e uma baixa eficiência de identificação errada de outras partículas como múons (contaminação), especialmente de píons, que são as partículas mais abundantes no experimento LHCb.

O algoritmo de identificação de múons [72, 73] procura células disparadas pelas partículas ($hits$) ao atravessarem as câmaras de múons, em torno da região de extrapolação dos traços. A procura é feita em janelas, chamadas campos de interesse ($field\ of\ interest$ - FOI), cujas dimensões diminuem com o aumento do momento das partículas. As dimensões variáveis das janelas dependem da estrutura do detetor e foram reparametrizadas após a reotimização do detetor LHCb [74].

A diminuição da contaminação na identificação de múons, descrita neste capítulo, baseia-se nas referências [72–74].

7.2 Algoritmo de identificação de múons

O algoritmo de identificação de múons identifica este tipo de partícula por uma extrapolação dos traços bem reconstruídos com $p > 3 \text{ GeV}/c$ nas câmaras de múons [74].

Uma das condições para que ocorra a identificação de múons é que os traços estejam dentro da aceitação das câmaras de múons $M1$ e $M5$.

O algoritmo procura células disparadas pelas partículas ao atravessarem as câmaras de múons, em janelas em torno do ponto de extrapolação em cada câmara. As dimensões das janelas são parametrizadas em função do momento para cada câmara e para cada região das câmaras.

A outra condição para que um traço seja um candidato a múon é que haja um número mínimo de câmaras que tenham células disparadas pelas partículas nas janelas correspondentes. Este número mínimo depende do momento do traço:

- $p < 6$ \rightarrow $M2 + M3$
- $6 < p < 10$ \rightarrow $M2 + M3 + (M4 \text{ ou } M5)$
- $p > 10$ \rightarrow $M2 + M3 + M4 + M5$

onde p é o momento do traço em GeV/c .

No algoritmo de identificação de múons, as janelas foram parametrizadas por gráficos de $(X(Y)_{MC} - X(Y)_{HIT})/pads\ size$, para X e Y em cada câmara e em cada região, através da expressão:

$$FOI = par0 + par1 e^{-par2 p}$$

onde p é o momento do traço em GeV/c , $X(Y)_{MC}$ é a posição $X(Y)$ de cada célula disparada pelas partículas ao atravessarem as câmaras de múons em unidades de tamanho das células lógicas ($pads$) e $X(Y)_{HIT}$ é a posição $X(Y)$ extrapolada dos traços em unidades de tamanho das células lógicas.

7.3 Diminuição da contaminação na identificação de múons

A eficiência na identificação de múons para o estudo feito com o decaimento $B_d \rightarrow J/\psi K_s$, registrada no relatório técnico do múon [53], é de $\epsilon_\mu = 0,9669$ e a eficiência na identificação errada de píons como múons é de $\epsilon_\pi^{erro} = 0,02537$. A pureza para os múons é de $Pu_\mu = 0,7734$. Neste estudo, tem-se 3779 J/ψ no sistema de múons em 10 K eventos para o decaimento $B_d \rightarrow J/\psi K_s$.

Obtém-se a eficiência de identificação de múons pela seguinte expressão:

$$\epsilon_\mu = \frac{N_\mu}{N_\mu^{true}}$$

onde N_μ é o número de múons identificados como candidatos a múons e N_μ^{true} é o número de múons na amostra de referência.

No caso da eficiência de identificação errada de píons como múons:

$$\epsilon_\pi^{erro} = \frac{N_\pi^{erro}}{N_\pi}$$

onde N_π^{erro} é o número de píons identificados como candidatos a múons e N_π é o número de píons na amostra de referência.

Para a pureza dos múons tem-se:

$$Pu_\mu = \frac{N_\mu^*}{N}$$

onde N_μ^* é o número de múons identificados como candidatos e N é o número total de partículas identificadas como candidatos.

Nesta etapa, procurou-se obter a maior eficiência de múons com a menor contaminação possível, ou seja, com a menor eficiência de píons identificados de forma errada como múons, já que os píons são as partículas mais abundantes no experimento LHCb.

A equipe responsável pelo estudo da identificação de sabores dos mésons B iniciais (*tag*) encontrou um problema: muitos píons identificados de forma errada como múons se encontravam em torno de múons verdadeiros. Além disso, a baixa pureza da amostra estava aumentando a identificação errada de partículas como múons, especialmente píons.

Um dos resultados do estudo mostra que existe na câmara

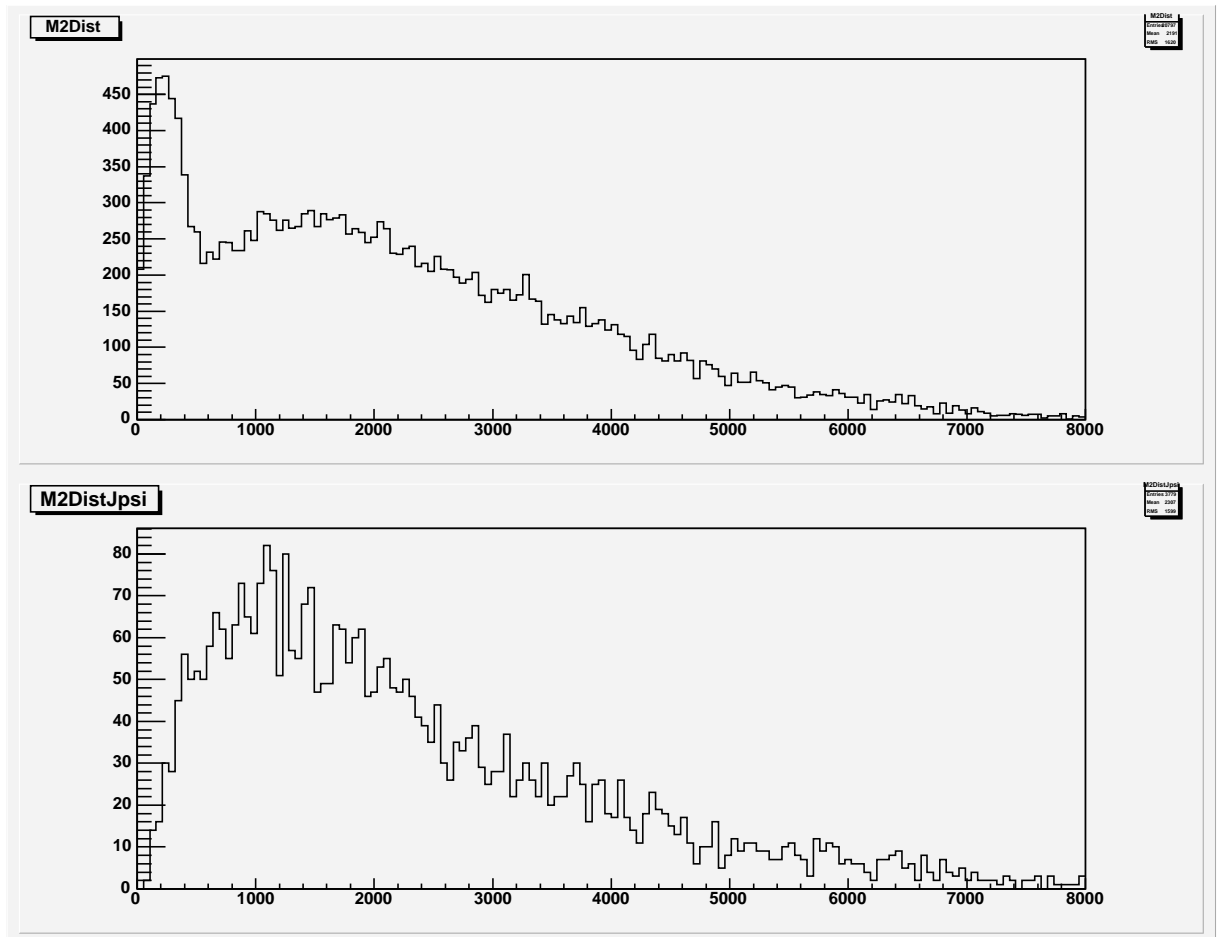


Figura 7.1: Distância na câmara $M2$ (mm) entre dois múons de qualquer par de traços identificados como múons (acima) e distância na câmara $M2$ (mm) entre dois múons verdadeiros que vêm do J/ψ (abaixo).

$M2$ um pico para distâncias pequenas no gráfico da distância em mm nesta câmara entre dois múons de qualquer par de traços identificados como múons (parte superior da Fig. 7.1). Este pico não se relaciona com os múons provenientes do J/ψ , como pode ser visto no gráfico da distância em mm na câmara $M2$ entre dois múons verdadeiros que vêm do J/ψ (parte inferior da Fig. 7.1).

Foi feita uma redução da contaminação dos traços identificados de forma incorreta como múons. Neste trabalho, não foi utilizada a massa invariante dos candidatos a J/ψ nem os cortes com base na carga das partículas.

Após a extrapolação dos traços e depois da contagem das células dis-

paradas pelas partículas ao atravessarem as câmaras de múons, verifica-se para qualquer par de múons se os múons do par dividem pelo menos uma célula disparada nas janelas das câmaras de $M2$ a $M5$. Sempre que isso ocorra, escolhe-se o melhor traço, ou seja, o que possui o melhor χ^2 . Com esta modificação, foram obtidos ótimos resultados para a eficiência de múons e para a eficiência de identificação errada de píons como múons.

Os resultados obtidos para uma amostra de 10 K eventos para o decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$ são (em 10 K eventos há 3447 J/ψ no sistema de múons):

- $\epsilon_\mu = 0,9247$
- $\epsilon_\pi^{erro} = 0,0122$
- $Pu_\mu = 0,8715$

Como resultado do trabalho, perde-se 4% de múons verdadeiros, mas elimina-se 48% dos píons identificados de maneira errada como múons. É interessante notar que a melhora na eficiência de múons está de acordo com a eficiência de seleção de J/ψ :

$$\frac{0,9247^2}{0,9669^2} = \frac{3447}{3779}$$

Pode-se ver na Fig. 7.2 o gráfico da distância em mm na câmara $M2$ entre dois múons de qualquer par de traços identificados como múons e o gráfico da distância em mm na câmara $M2$ entre dois múons verdadeiros que vêm do J/ψ , após a diminuição da contaminação na identificação de múons.

Além disso, na Fig. 7.3, encontra-se o gráfico da eficiência de identificação de múons em função do momento (GeV/c), após a diminuição da contaminação, e o gráfico da razão da eficiência de identificação errada de píons como múons em função do momento (GeV/c) depois e antes da diminuição da contaminação.

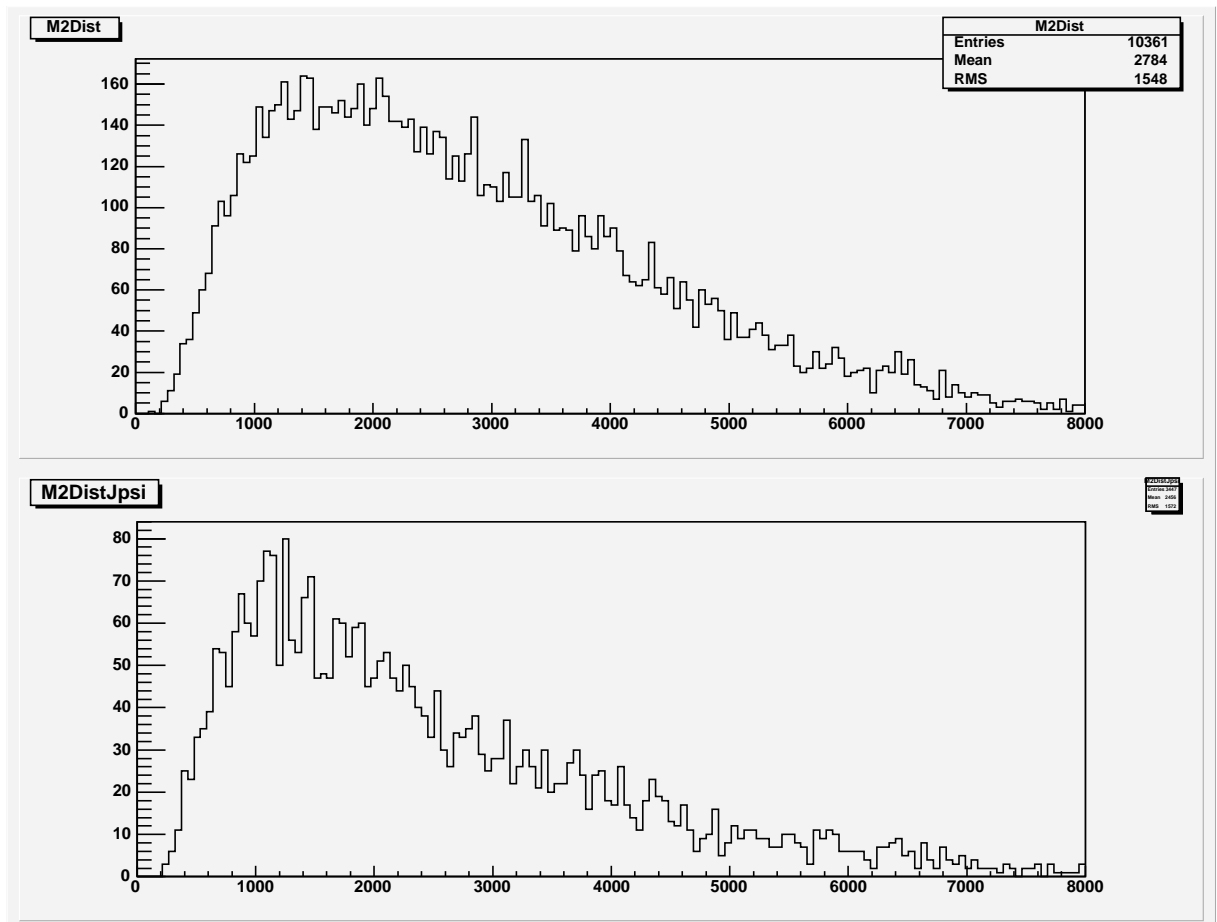


Figura 7.2: Distância (mm) entre dois múons de qualquer par de traços identificados como múons na câmara M2, após a diminuição da contaminação na identificação de múons (acima), e distância (mm) entre dois múons verdadeiros que vêm do J/ψ na câmara M2, após a diminuição da contaminação na identificação de múons (abaixo).

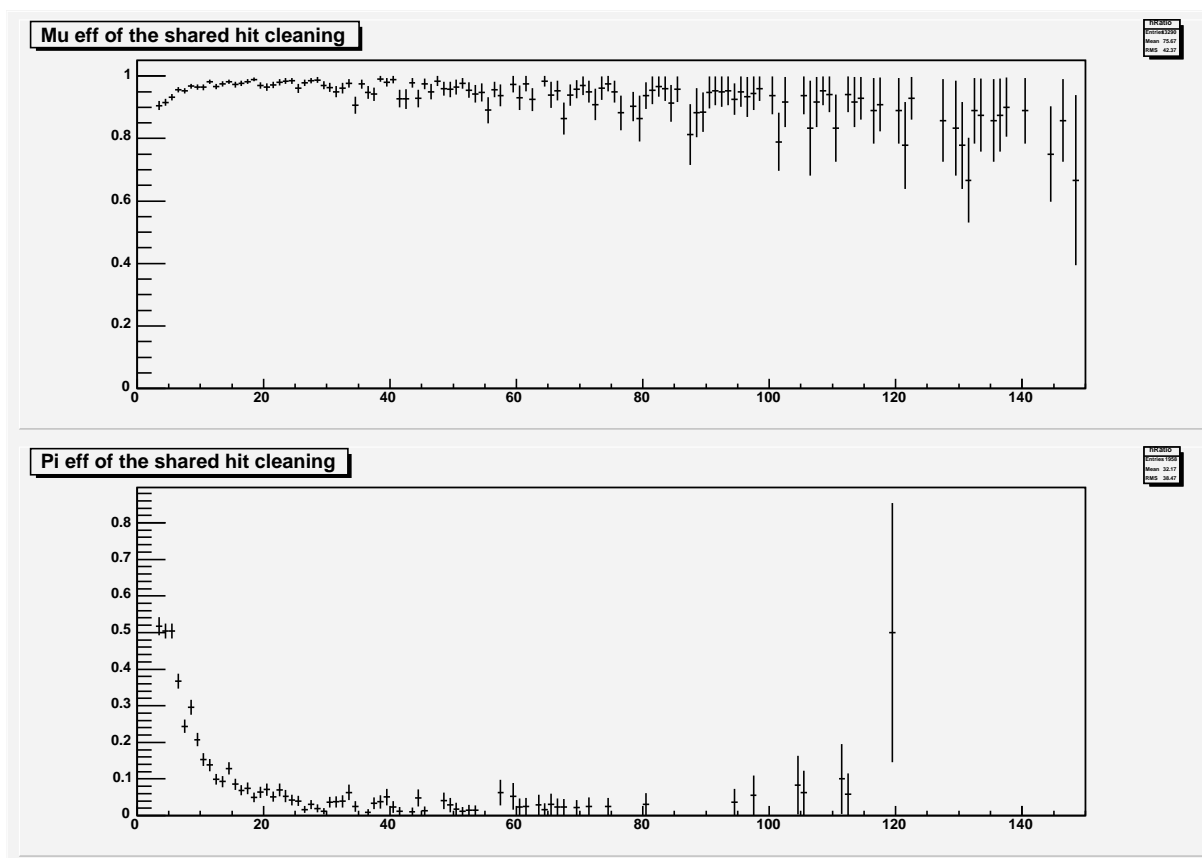


Figura 7.3: Eficiência de identificação de μ ons em função do momento (GeV/c), após a diminuição da contaminação (acima), e razão da eficiência de identificação errada de π ons como μ ons em função do momento (GeV/c) depois e antes da diminuição da contaminação (abaixo).

Capítulo 8

Desempenho do LHCb na Medida do Ângulo β

8.1 Simulação

Interações de *minimum bias* próton-próton a $\sqrt{s} = 14$ TeV são geradas usando o programa PYTHIA 6.2 [45], com a opção pré-definida `MSEL=2`, que inclui processos de QCD, difração simples, difração dupla e espalhamento elástico. Outras amostras de eventos são obtidas filtrando um conjunto grande de *minimum bias*. Por exemplo, eventos $b\bar{b}$ são obtidos pela seleção de eventos com pelo menos um hádron b ou um hádron \bar{b} . A seção de choque inelástica total e a seção de choque de produção $b\bar{b}$ obtidas deste modo são 79,2 mb e 633 μb , respectivamente.

O decaimento de todas as partículas instáveis é feito pelo programa de QQ [46], desenvolvido inicialmente pela colaboração CLEO, que usou uma tabela de decaimento do CDF, que inclui também decaimentos de mésons B . Os parâmetros de oscilação de B_d^0 e B_s^0 usados são $x_d = 0,755$ e $x_s = 20$, respectivamente.

As partículas geradas são acompanhadas através do material do detetor e da vizinhança, usando o pacote GEANT 3 [61], no qual se descreve em detalhes a geometria e o material do detetor LHCb. Esta descrição inclui não só os componentes de detecção ativos e a eletrônica correspondente, mas também o material passivo, como o tubo do feixe, os suportes e os elementos de blindagem eletromagnética. As partículas de baixa energia, produzidas

principalmente nas interações secundárias, também são rastreadas. Há um limiar de energia de 10 MeV para hádrons e de 1 MeV para elétrons e fótons. A reconstrução foi realizada pelo pacote Brunel do LHCb, versão v17r4, com a descrição do detetor como no dbase v254r1 e XmlDDDB v15r2.

Muitas amostras de eventos de Monte Carlo foram geradas e simuladas para a obtenção do desempenho da reconstrução, do sistema de gatilho, e da seleção *offline* com o detetor LHCb reotimizado. As que são interessantes para a análise do decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$ são:

- 50 k eventos de sinal do decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$;
- uma amostra de aproximadamente 10^7 eventos de $b\bar{b}$ inclusivo, usada para estimar o *background* combinatório na seleção *offline* ;
- aproximadamente 380 k eventos com J/ψ produzido no vértice primário (*prompt*) e que decai em $\mu^+\mu^-$;
- 50k eventos de $B^0 \rightarrow J/\psi(\mu\mu)K^{*0}$;
- 50k eventos de $B_s^0 \rightarrow J/\psi(\mu\mu)\phi$;

Nenhum corte é feito na geração da amostra de *minimum bias*. Em todos os outros casos, exige-se que a partícula de interesse (mésons B do sinal ou dos eventos de $b\bar{b}$ inclusivo ou J/ψ que vem do vértice primário) tenha um ângulo polar verdadeiro menor do que 400 mrad. Isto evita a determinação dos traços e a reconstrução de muitos eventos cujos produtos de decaimento não estão todos dentro da aceitação do detetor. Os tamanhos das amostras mencionados acima já incluem esta exigência, que tem uma eficiência de 34,7% para eventos de sinal e 43,2% para eventos de $b\bar{b}$ inclusivo. Todas estas amostras são produzidas com um conjunto nominal de parâmetros de simulação, que corresponde às expectativas e às suposições do conhecimento atual.

8.2 Reconstrução de eventos

O programa de seleção se baseia no pacote de análise do LHCb, chamado DaVinci, na versão v8r3. A reconstrução do decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$ é feita em três etapas. A primeira é a procura de candidatos a $J/\psi \rightarrow \mu^+\mu^-$. Caso se encontre um bom candidato, passa-se para a segunda etapa, que é a procura de candidatos a $K_S^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ e as suas reconstruções. A terceira etapa é a combinação do J/ψ e do K_S^0 reconstruídos para formar mésons B^0 . A análise é feita para eventos de interações simples, bem como para interações múltiplas. A reconstrução do vértice primário (PV) é feita através de um algoritmo [62], que faz uma seleção quando mais de um vértice primário é encontrado, escolhendo o que possui a melhor razão do parâmetro de impacto do B^0 em relação ao vértice primário pelo seu erro.

O programa de reconstrução define cinco tipos de traços de acordo com as suas trajetórias no interior do espectrômetro. Estes traços estão ilustrados na Fig. 8.1 e são:

- longos (*long tracks - L*) \rightarrow traços que atravessam o conjunto completo de estações de determinação de traços. Eles deixam marcas no VELO e nas estações TT e T1-T3. São usados em todas as análises físicas
- acima (*upstream tracks - U*) \rightarrow traços que só deixam marcas no VELO e na estação TT. São, em geral, traços de baixo momento que não atravessam o magneto
- abaixo (*downstream tracks - D*) \rightarrow traços que deixam marcas somente nas estações TT e T1-T3
- *VELO* \rightarrow traços que deixam marcas somente no VELO
- *T* \rightarrow traços que deixam marcas somente nas estações T1-T3

A reconstrução de $J/\psi \rightarrow \mu^+\mu^-$ é feita somente com traços longos. No caso da reconstrução de $K_S^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$, usa-se traços longos, traços acima e

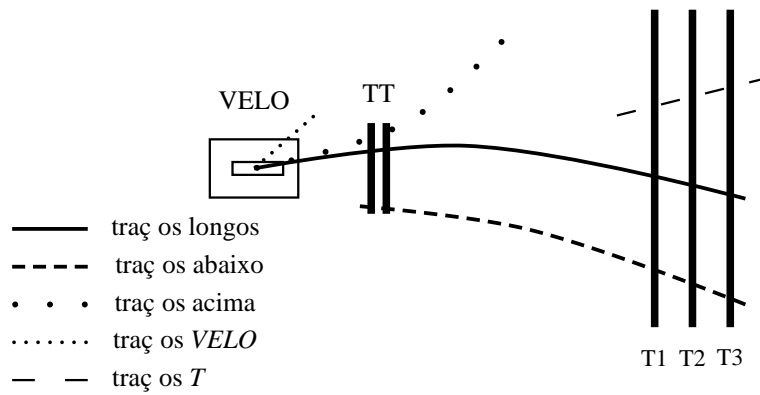


Figura 8.1: Uma representação esquemática dos vários tipos de traços.

traços abaixo, pois a maioria dos K_S^0 decaem após o VELO. Uma descrição mais detalhada sobre os diferentes tipos de traços é feita em [63].

A identificação de partículas no LHCb [64], como descrito no capítulo 5, é feita por dois detetores *RICH*, pelo sistema de calorímetros e pelo detetor de múons. No caso das partículas carregadas mais comuns (e , μ , π , K , p), os elétrons são identificados primeiro pelo calorímetro, os múons pelo detetor de múons e os hádrons pelos detetores *RICH*. Mas, estes detetores também podem ajudar a melhorar a identificação de léptons. Após a identificação inicial, combina-se as informações de vários detetores. Cada um fornece uma função de verossimilhança para a hipótese de uma partícula. Para cada traço, então, determina-se a diferença no log da função de verossimilhança entre duas hipóteses a e b ($\Delta \ln \mathcal{L}_{ab}$). A partir destas informações, as partículas são identificadas da seguinte forma e seguindo a seguinte ordem:

- múons \rightarrow exige informação disponível através do detetor de múons e $\Delta \ln \mathcal{L}_{\mu\pi} > -8$
- elétrons \rightarrow exige informação disponível através do sistema de calorímetros e $\Delta \ln \mathcal{L}_{e\pi} > 1$
- káons \rightarrow exige informação disponível através dos detetores *RICH* e $\Delta \ln \mathcal{L}_{K\pi} > 0$ e $\Delta \ln \mathcal{L}_{Kp} > -2$

- prótons \rightarrow exige informação disponível através dos detetores *RICH* e $\Delta \ln \mathcal{L}_{p\pi} > 0$
- píons \rightarrow todas as partículas que sobram.

Todos os traços abaixo são considerados píons.

Os cortes feitos na reconstrução dos eventos de sinal para o decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$ são escolhidos de maneira a não selecionar nenhum evento de $b\bar{b}$ inclusivo ou da amostra de $J/\psi \rightarrow \mu^+\mu^-$ que vem do vértice primário.

8.2.1 Seleção de $J/\psi \rightarrow \mu^+\mu^-$

A primeira etapa da reconstrução do decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$ consiste na procura de candidatos a $J/\psi \rightarrow \mu^+\mu^-$.

Na seleção destes candidatos, exige-se que pares de múons com cargas opostas venham de um vértice comum com $\chi^2 < 20$ e que tenham uma massa invariante que não ultrapasse o limite de $\pm 50 \text{ MeV}/c^2$ da massa verdadeira do J/ψ . Um ajuste do vértice do J/ψ com vínculo de massa invariante é feito com os pares de múons e são mantidas apenas as combinações em que o χ^2 do ajuste for menor do que 50. Um ajuste com duas gaussianas para a resolução em z dá uma largura para a gaussiana mais estreita de $165 \mu\text{m}$.

Na Fig. 8.2 pode-se ver a distribuição da massa dos pares de múons com cargas opostas para o sinal do decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$, após os cortes finais. A resolução da massa é de $10 \text{ MeV}/c^2$. Dos 50k eventos gerados para este decaimento, foram reconstruídos 20,1k J/ψ com traços longos e selecionou-se 17,1k após os cortes finais. A eficiência da seleção é de 82% para o J/ψ , incluindo a identificação de partículas.

8.2.2 Seleção de $K_S^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$

A segunda etapa da reconstrução do decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$ consiste na procura de candidatos a

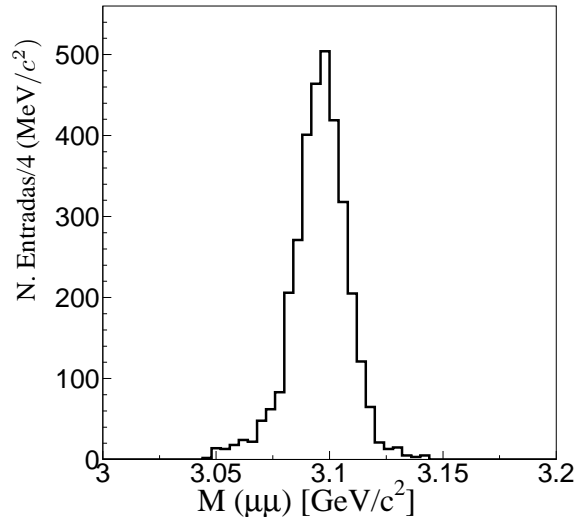


Figura 8.2: Distribuição da massa dos pares de múons para o sinal do decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$, após os cortes finais.

$$K_S^0 \rightarrow \pi^+\pi^-.$$

Na seleção destes candidatos, os decaimentos $K_S^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ são reconstruídos com diferentes tipos de traços: dois traços longos (categoria LL), um traço longo e um traço acima (categoria LU) e dois traços abaixo (categoria DD). Cada par de píons com cargas opostas é ajustado a um vértice comum. Exige-se que $\chi^2 < 50$ para o ajuste e que a posição z absoluta esteja no intervalo $[-0, 3; 3]$ m ($[0, 0; 3]$ m para a categoria DD). Considera-se o par como um candidato a K_S^0 se sua massa invariante não ultrapassar o limite de ± 60 MeV/ c^2 (± 100 MeV/ c^2 para a categoria DD) da massa verdadeira do K_S^0 e se tiver um p_T combinado maior do que 400 MeV/ c (820 MeV/ c para a categoria DD). As distribuições de massa após os cortes finais podem ser vistas na Fig. 8.3 e suas resoluções são 11 MeV/ c^2 , 3,6 MeV/ c^2 e 11 MeV/ c^2 para as categorias DD, LL e LU, respectivamente.

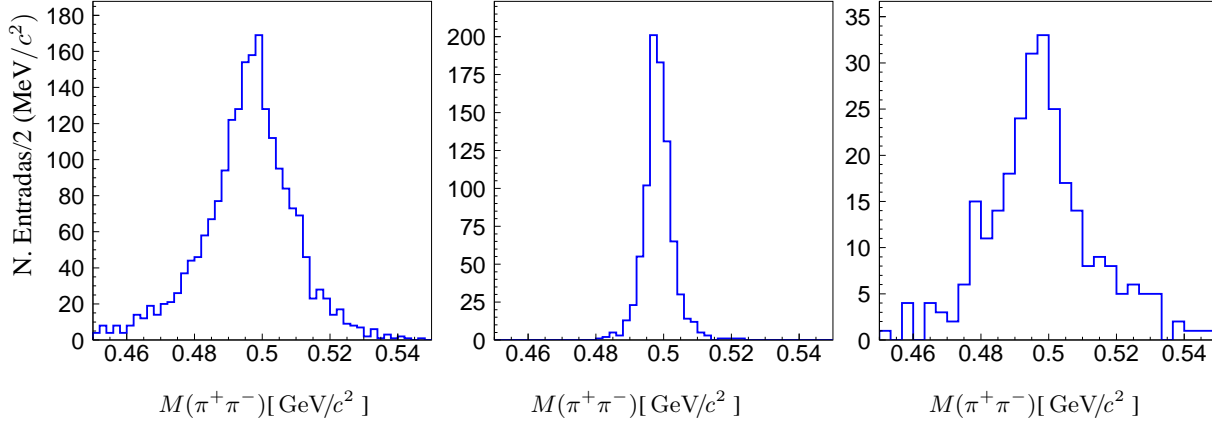


Figura 8.3: Distribuições da massa invariante de $\pi^+\pi^-$ para o sinal do decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$, após os cortes finais. Da esquerda para a direita: \mathbb{K}_S^0 reconstruído por dois píons abaixo (DD), por dois píons longos (LL) e por um píon longo e um píon acima (LU).

8.2.3 Seleção de $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$

A terceira etapa da reconstrução do decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$ consiste na procura de candidatos a B_d .

Na seleção destes candidatos, combina-se o J/ψ e o K_S^0 para formar o B_d . Os valores dos cortes estão especificados na tabela 8.1 para cada categoria de K_S^0 . Para garantir que o K_S^0 vem do mesmo vértice do J/ψ um corte no parâmetro de impacto do K_S^0 em relação ao vértice do J/ψ dividido pelo seu erro é feito. Ajusta-se os vértices para os pares $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$ e aceita-se somente os pares que possuem o χ^2 do ajuste menor do que 16. O vértice primário escolhido é o que tem o menor parâmetro de impacto do B^0 em relação ao vértice primário. Para reduzir drasticamente o número de candidatos a K_S^0 formados por píons que se originam do vértice primário, exige-se que o menor valor para o parâmetro de impacto do pión em relação ao vértice primário dividido pelo seu erro para cada par de píons selecionado, exceda um certo valor. Um corte parecido é feito com os múons, forçando os mesmos a não virem do vértice primário.

		DD	LL	LU
$\text{Ip}_{K_S^0 \rightarrow J/\psi} / \sigma$	<	8,0	3,5	3,5
χ^2 do vértice do B	<	16	16	16
$\min(ip_{\pi^+} / \sigma, ip_{\pi^-} / \sigma)$	>	2,0	3,0	7,0
$\min(ip_{\mu^+} / \sigma, ip_{\mu^-} / \sigma)$	>	1,2	1,4	0,0
$(z_{J/\psi} - z_{PV}) / \sigma$	>	1,2	1,2	1,6
$(z_{K_S^0} - z_{PV}) / \sigma$	>	-	5,7	-
$\text{Ip}_{K_S^0 \rightarrow PV} / \sigma$	>	0,0	1,0	1,6
$\text{Ip}_{B^0 \rightarrow PV} / \sigma$	<	5,0	5,0	5,0
p_T do B^0 (MeV/c)	>	0,0	200	200
buraco TT [mm]		40	0	0
$ \Delta M_{J/\psi K_S^0} $ (MeV/c ²)	<	60	60	60

Tabela 8.1: Cortes feitos para selecionar candidatos a $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$ para as três categorias de K_s . PV é vértice primário e Ip é parâmetro de impacto.

Rejeita-se os candidatos a J/ψ que se originam no vértice primário quando se exige um deslocamento significativo em z entre o vértice primário e o vértice do J/ψ . Para reduzir a contaminação do K_S^0 que vem do vértice primário, faz-se um corte no parâmetro de impacto do K_S^0 em relação do vértice primário, pois ele deve ser produzido longe deste vértice.

A contribuição de fantasmas, ou seja, traços não associados a partículas de Monte Carlo, na categoria *DD*, é reduzida ao se rejeitar qualquer traço abaixo cuja semente é uma partícula que vem do tubo do feixe e que o atravessa nas câmaras de detecção *TT*.

Um corte no momento transversal do B^0 e um corte no seu parâmetro de impacto em relação ao vértice primário minimizam o *background* combinatório.

Se mais de um candidato a B_d é selecionado no mesmo evento, o que tem o menor χ^2 do ajuste do vértice do B_d é escolhido.

As distribuições de algumas das variáveis mais significativas para a seleção dos eventos de sinal do decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$, para a categoria *DD*, para os eventos de $b\bar{b}$ inclusivo e para os eventos de $J/\psi \rightarrow \mu^+\mu^-$ que vem do vértice primário podem ser vistas na Fig. 8.4.

A massa do par $J/\psi K_S^0$ não deve ultrapassar o limite de ± 60 MeV/c² da massa verdadeira do B_d , mas para a categoria *LU* a janela de massa foi relaxada no início para ± 120 MeV/c² por causa da deterioração da

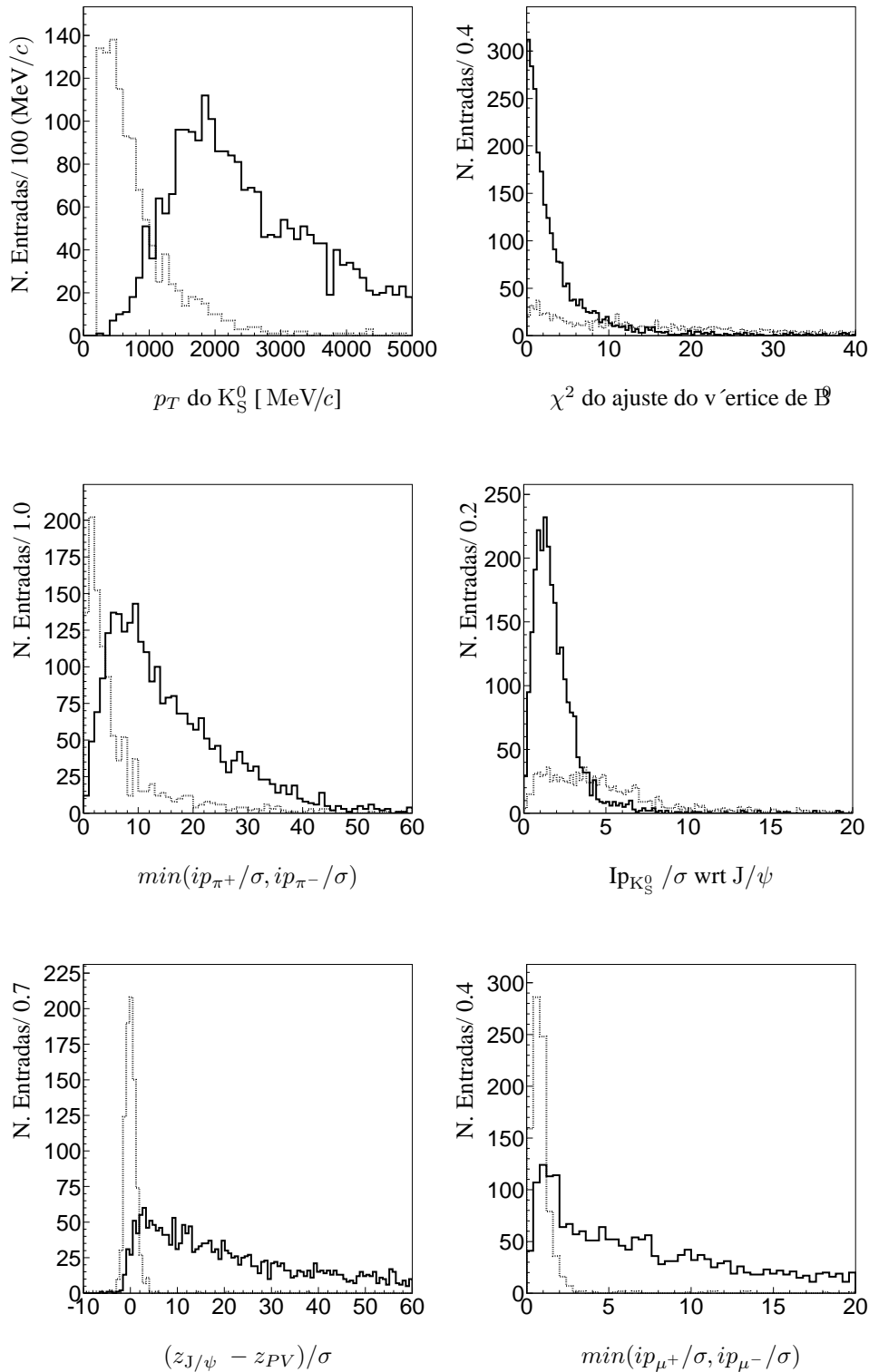


Figura 8.4: Distribuições das variáveis usadas na seleção dos eventos do decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$ para a categoria DD . Nenhum dos cortes finais são feitos nos gráficos mostrados nesta figura. As linhas sólidas se referem aos eventos de sinal, as linhas pontilhadas se referem aos eventos de *background* para os quais as variáveis são mais significativas. Nos quatro primeiros gráficos o *background* é formado pelos eventos de $b\bar{b}$ inclusivo. Nos dois últimos o *background* é o $J/\psi \rightarrow \mu^+\mu^-$ que vem do vértice primário.

categoria de K_S^0 (fração)	resolução da massa do B_d [MeV/c ²]	resolução do vértice do B_d em z [μm]
DD (65%)	12 ± 1	146 ± 12
LL (26%)	$8,9 \pm 0,2$	122 ± 13
LU (9%)	45 ± 4	182 ± 10
LU, K_S^0 com vínculo de massa e geométrico	12 ± 1	134 ± 11

Tabela 8.2: Frações, resoluções de massa e resoluções de vértice para o decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$ para as três categorias de K_S^0 .

resolução do momento dos píons.

As distribuições da massa do B_d , obtidas após a seleção, têm resoluções de $12 \text{ MeV}/c^2$, de $9 \text{ MeV}/c^2$ e de $45 \text{ MeV}/c^2$ para as categorias DD, LL e LU, respectivamente, e podem ser vistas na Fig. 8.5. As resoluções em z do vértice do B_d são de $147 \mu\text{m}$, $122 \mu\text{m}$ e $180 \mu\text{m}$, para as categorias DD, LL e LU, respectivamente.

As resoluções piores de B_d para a categoria LU podem ser recuperadas ao se fazer um ajuste com vínculo de massa para o K_S^0 para esta categoria, o que permite apertar a janela de massa de $J/\psi K_S^0$ para $\pm 60 \text{ MeV}/c^2$, como nas outras duas categorias, e aumentar o número de eventos selecionados nesta categoria em 23%, enquanto se mantém o *background* no mesmo nível. A resolução da massa do B_d se torna a mesma da categoria DD, o que pode ser visto na Fig. 8.5, e a resolução em z melhora para $130 \mu\text{m}$. O ajuste com vínculo de massa para o K_S^0 também foi tentado para as categorias LL e DD, mas como nenhuma melhora significativa foi obtida, o ajuste de vértice sem vínculo foi mantido para estas categorias. Na tabela 8.2 pode-se ver a massa do B_d , a sua resolução em z e as contribuições relativas das várias categorias de K_S^0 , que são, na amostra final de B_d , 65% (DD), 26% (LL) e 9% (LU).

A resolução de tempo próprio do méson B_d é muito importante para a medida de $\sin 2\beta$. O tempo próprio (τ) é dado por:

$$\tau = \frac{t}{\gamma} \quad (8.1)$$

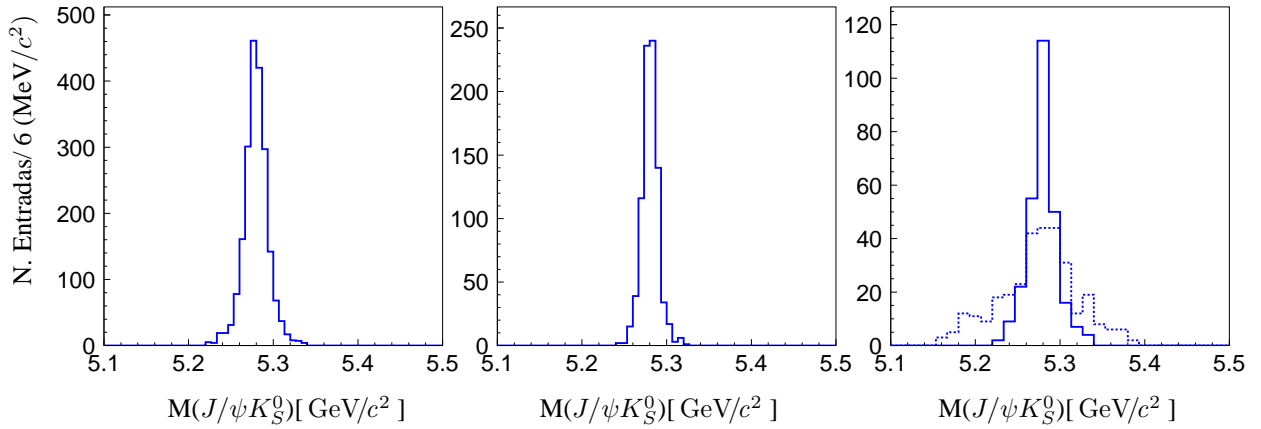


Figura 8.5: Distribuição da massa invariante do $B \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$ para K_s^0 pertencente à categoria DD (esquerda), LL (centro) e LU (direita), após os cortes descritos no texto. No gráfico da categoria LU o histograma tracejado é obtido sem fazer o ajuste de vértice com vínculo de massa para o par $\pi^+\pi^-$.

onde t é o tempo de voo do B_d no referencial do laboratório e γ é o fator de *Lorentz*. Como $t = \frac{L}{p/E}$, onde L é a distância entre o vértice de decaimento do B_d e o vértice primário, p e E são o momento e a energia do B_d , respectivamente, e como $\gamma = E/m_{B^0}$, tem-se que $\tau = Lm/p$.

A partir de um ajuste de duas gaussianas para a resolução do tempo próprio do B_d (τ), obtém-se para a largura da gaussiana mais estreita 41,0 fs, 46,0 fs e 51,0 fs e para a largura da gaussiana mais larga 103 fs, 158 fs e 250 fs, para as categorias DD, LL e LU, respectivamente. Os gráficos podem ser vistos na Fig. 8.6. A resolução do tempo próprio, usada neste capítulo para o estudo do desempenho do experimento LHCb na medida de $\sin 2\beta$, vem do ajuste da soma das três categorias, que dá 43,0 fs para a largura da gaussiana mais estreita. O erro propagado para τ envolve os erros no momento e no ajuste do vértice, e se a resolução da distribuição do *pull*, $(\tau_{rec} - \tau_{true})/\sigma$, for 1, é uma indicação de que eles são levados corretamente em consideração. O valor obtido para a resolução do *pull* do tempo próprio do B_d para todos os eventos de sinal do decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$ é de $1,03 \pm 0,01$ e a sua distribuição pode ser vista na Fig. 8.7.

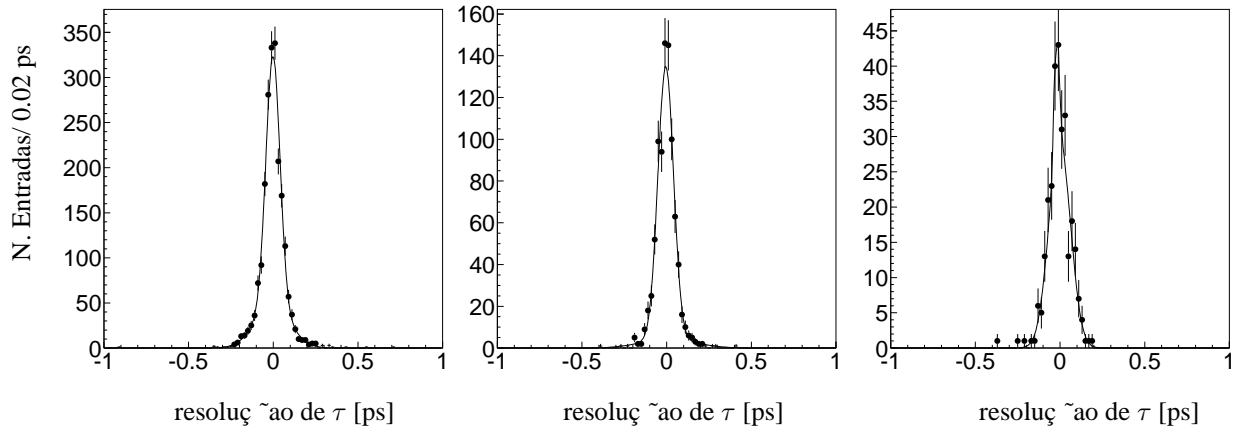


Figura 8.6: Resolução do tempo próprio do B_d para o decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s^0(\pi^+\pi^-)$, para K_s^0 pertencente às categorias DD (esquerda), LL (centro) e LU (direita).

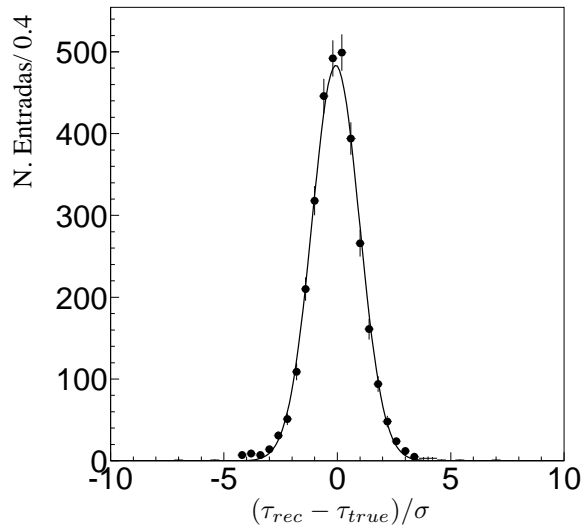


Figura 8.7: Distribuição do *pull* do tempo próprio para todos os eventos de sinal selecionados para o decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s^0(\pi^+\pi^-)$. A resolução do *pull* é de $1,03 \pm 0,01$.

	DD	LL	LU	Total
Reconstruído vel	5715	2088	905	8708
Reconstruído dos	3863	1666	669	6198
Reconstruído vel e reconstruído dos	3641	1603	551	5795
Eventos selecionados	2158	863	296	3317
Eventos selecionados verdadeiros	2077	850	279	3206
Eventos aceitos por L0	1920	777	266	2963
Eventos aceitos por L0 e L1	1252	562	192	2006

Tabela 8.3: Resultados da seleção de $B \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$ de uma amostra de 50k eventos de sinal deste decaimento. Reconstruído vel é o número de eventos que poderiam ter sido reconstruídos em cada categoria. Reconstruído dos é o número de eventos realmente reconstruídos. Reconstruído vel e reconstruído dos segue a notação óbvia.

8.3 Estatística

A seleção de $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$ foi feita em 50k eventos de sinal para este decaimento e 3317 B_d passaram pelos cortes listados na tabela 8.1. Destes 3317 B_d , 2006 passaram pela simulação do sistema de gatilho. Na tabela 8.3 pode-se ver o número de eventos depois de cada etapa da reconstrução para cada categoria de traços e os resultados gerais para a amostra combinada com todas as categorias.

A estatística anual de eventos de sinal para o decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$ é obtida através da seguinte expressão:

$$S = L_{\text{int}} \times \sigma_{b\bar{b}} \times 2 \times f_B \times \text{BR}_{\text{vis}} \times \varepsilon_{\text{tot}} \quad (8.2)$$

para uma luminosidade nominal integrada anual de $L_{\text{int}} = 2 \text{ fb}^{-1}$ ($10^7 \text{ s a } 2 \times 10^{32} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$) e uma seção de choque de produção $b\bar{b}$ de $\sigma_{b\bar{b}} = 500 \mu\text{b}$. A probabilidade de um *quark* \bar{b} hadronizar-se em um hádron é de $f_B = 39,1\%$ para B_d^0 e de $10,0\%$ para B_s^0 [76], e o fator 2 leva em consideração a produção dos hádrons B e \bar{B} . A razão de ramificação (*branching ratio*) visível, BR_{vis} , é o produto de todas as razões de ramificações envolvidas no decaimento do hádron B de interesse. No caso do decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$, a razão de ramificação visível, BR_{vis} , é $(19,8 \pm 1,3) \times 10^{-6}$. As razões de ramificações individuais, consideradas para a obtenção de BR_{vis} para este decaimento,

$\text{BR}(B^0 \rightarrow J/\psi(\mu\mu)K_S^0)$	$(8,5 \pm 0,5) \times 10^{-4}$
$\text{BR}(J/\psi(\mu\mu)\gamma)$	$(6,76 \pm 0,17) \times 10^{-2}$
$\text{BR}(K^0 \rightarrow K_S^0)$	1/2
$\text{BR}(K_S^0 \rightarrow \pi^+\pi^-)$	$(68,95 \pm 0,14) \times 10^{-2}$
BR_{vis}	$(19,8 \pm 1,3) \times 10^{-6}$
N^{ano}	$(15,5 \pm 1,1) \times 10^6$

Tabela 8.4: Razões de ramificação usadas para obter a $dq(B \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-))$, BR_{vis} , que é o produto das primeiras quatro linhas. $N^{\text{ano}} = L_{\text{int}} \times \sigma_{b\bar{b}} \times 2 \times f_B \times \text{BR}_{\text{vis}}$.

podem ser vistas na tabela 8.4.

A eficiência de sinal total é obtida pela fração de eventos de Monte Carlo que contém um sinal do decaimento de B_d que passou pelo gatilho e que foi reconstruído e selecionado com cortes *offline* para a análise física. Levando em consideração o fator de 34,7%, devido ao fato de que é necessário que o sinal do hádron B seja produzido com um ângulo menor do que 400 mrad , obtém-se a eficiência total de sinal através da expressão:

$$\varepsilon_{\text{tot}} = 2006 \times 0,347/50000 = 1,39\% \quad (8.3)$$

o que dá uma estatística anual de 216k eventos para o canal $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$. Para entender o efeito das várias etapas de reconstrução e de seleção, a eficiência total de sinal pode ser dividida em:

$$\varepsilon_{\text{tot}} = \varepsilon_{\text{det}} \times \varepsilon_{\text{rec/det}} \times \varepsilon_{\text{sel/rec}} \times \varepsilon_{\text{gat/sel}} \quad (8.4)$$

onde $\varepsilon_{\text{rec/det}} = (\text{reconstrutível e reconstruídos}) / \text{reconstrutível}$, é a eficiência de reconstrução dos eventos detetados, ou seja, é a eficiência de reconstrução de traços e de aglomerados neutros (fração de eventos reconstruídos dos eventos reconstrutíveis), $\varepsilon_{\text{sel/rec}} = \text{selecionados} / \text{reconstruídos}$, é a eficiência de seleção de cortes *offline* nos eventos reconstruídos (fração de eventos selecionados dos eventos reconstruídos) e $\varepsilon_{\text{gat/sel}} = \text{selecionados L0 e L1} / \text{selecionados}$, é o produto da eficiência de gatilho L0 nos eventos *offline* selecionados pela eficiência de gatilho L1 nos eventos *offline* selecionados que passaram

ε_{det}	$\varepsilon_{\text{rec/det}}$	$\varepsilon_{\text{sel/rec}}$	$\varepsilon_{\text{gat/sel}}$	ε_{tot}
6,5%	66,5%	53,5%	60,5%	1,39%

Tabela 8.5: Eficiências de sinal para o decaimento $B \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$.

pelo gatilho L0 e $\varepsilon_{\text{det}} = \varepsilon_{\text{tot}}/(\varepsilon_{\text{rec/det}} \times \varepsilon_{\text{sel/rec}} \times \varepsilon_{\text{gat/sel}})$ é a eficiência de detecção, que inclui a aceitação geométrica em 4π e todos os efeitos do material no detetor, como interações secundárias. Assume-se que o gatilho de nível alto será totalmente eficiente nestes eventos. A eficiência de identificação de sabores não está incluída. Na tabela 8.5 pode-se ver as eficiências separadamente.

Nenhum evento de $b\bar{b}$ inclusivo de uma amostra de 10M eventos gerados passa na seleção. Ao aumentar a janela de massa do B_d para $\pm 600 \text{ MeV}/c^2$, 37 candidatos são aceitos na seleção. Eles são formados principalmente por um J/ψ verdadeiro que se origina longe do vértice primário. Os decaimentos $B^0 \rightarrow J/\psi(\mu\mu)K^{*0}$, $B_s^0 \rightarrow J/\psi(\mu\mu)\phi$ e $J/\psi \rightarrow \mu^+\mu^-$ que vêm do vértice primário, foram estudados como fontes de *background*, mas eles dão uma contribuição desprezível. Na tabela 8.6 pode-se ver o resultado da seleção nas amostras de *background* para cada categoria e os resultados gerais para a amostra combinada de todas as categorias.

As estimativas para os níveis do *background* de $b\bar{b}$ inclusivo, mostradas na tabela 8.7, correspondem à contribuição mais significativa para o *background* combinatório. São baseadas numa amostra de $\simeq 10^7$ eventos de $b\bar{b}$ inclusivo, onde pelo menos um hádron B é emitido para a frente dentro do limite de 400 mrad da linha do feixe. Essa amostra de eventos, totalmente simulados, corresponde a quatro minutos de tomada de dados sob condições nominais. Para contornar o problema de uma estatística de Monte Carlo muito limitada, relaxa-se o corte na massa do B_d quando se analisam estes eventos, e estima-se o *background* sob o pico de massa do B_d assumindo uma dependência linear na massa reconstruída do B_d , após

$ \Delta M_{J/\psi K_S^0} $ [MeV/c ²]	bb inc		J/ $\psi \rightarrow \mu^+ \mu^-$ do PV	$B^0 \rightarrow J/\psi K^{*0}$	$B_s^0 \rightarrow J/\psi \phi$
	600	60			
N. gerados	10,4M		360k	50k	50k
DD					
N. selecionados	52(3)	7(3)	0	10	10
L0 e L1	26	1	0	5	5
LL					
N. selecionados	17(0)	1(0)	0	3	5
L0 e L1	9	0	0	2	4
LU					
N. selecionados	4(1)	1(1)	0	5	2
L0 e L1	2	0	0	5	2
Total					
N. selecionados	73(4)	9(4)	0	18	17
L0 e L1	37	1	0	12	11

Tabela 8.6: Número de eventos de *background* que passa na seleção. O número entre parênteses representa os eventos de sinal verdadeiros na amostra de $b\bar{b}$ inclusivo. PV é vértice primário.

a remoção dos eventos com um sinal de decaimento verdadeiro. A estimativa para a razão *background* sinal, B/S, feita somente com a amostra de $b\bar{b}$ inclusivo, é de 0,80 antes da simulação do gatilho e sua composição é: 63% dos eventos têm pelo menos um traço que vem da fragmentação, 25% dos eventos têm traços que vêm do mesmo hádron B , 9% dos eventos têm traços que vêm de dois hádrons B e 3% dos eventos têm pelo menos um traço que é um fantasma. Nos casos onde todos os traços vêm do mesmo hádron B , há uma grande contribuição (50%) de $\Lambda_b \rightarrow J/\psi \Lambda^0$ na categoria DD, onde um dos píons é associado de maneira incorreta ao próton do decaimento de Λ^0 .

O J/ψ que vem do vértice primário também é uma fonte muito importante de *background* com aproximadamente a mesma luminosidade da amostra de $b\bar{b}$ inclusivo e também estima-se sua contribuição.

Calcula-se as razões B/S antes e depois do gatilho através da estatística do *background* dividida pela estatística do sinal. A estimativa da razão total B/S após a simulação do gatilho é de 0,69. Este resultado pode ser visto na tabela 8.7.

	DD	LL	LU	Total
$\varepsilon_{\text{tot}}(\%)$ estatística anual (1 σ)	$0,869 \pm 0,024$ 135 \pm 4	$0,390 \pm 0,016$ 60 \pm 3	$0,133 \pm 0,010$ 20,6 \pm 1,5	$1,39 \pm 0,03$ 216 \pm 5
Antes do gatilho				
B/S ($b\bar{b}$ inc)	$0,87 \pm 0,13$	$0,76 \pm 0,19$	[0,14; 0,96]	$0,80 \pm 0,10$
B/S ($J/\psi \rightarrow \mu^+ \mu^-$ do PV)	[0,0; 0,43]	[0,0; 1,07]	[0,0; 3,13]	[0,0; 0,28]
B/S (outros)	[0,01; 0,02]	[0,01; 0,03]	[0,02; 0,11]	$0,018 \pm 0,004$
B/S (Total)	[0,81; 1,40]	[0,69; 1,93]	[0,56; 3,80]	[0,75; 1,17]
Depois do gatilho L0 e L1				
B/S ($b\bar{b}$ inc)	$0,77 \pm 0,16$	[0,30; 1,05]	[0,11; 1,18]	$0,67 \pm 0,11$
B/S ($J/\psi \rightarrow \mu^+ \mu^-$ do PV)	[0,0; 0,43]	[0,0; 1,07]	[0,0; 3,13]	[0,0; 0,28]
B/S (outros)	[0,01; 0,03]	[0,01; 0,04]	[0,04; 0,16]	$0,020 \pm 0,05$
B/S (Total)	[0,53; 1,04]	[0,32; 1,07]	[0,20; 1,29]	$0,69 \pm 0,11$

Tabela 8.7: Eficiência do sinal, estatística do sinal sem identificação de sabores e razão $background$ sinal (B/S). O primeiro conjunto é antes do gatilho e o segundo é depois do gatilho L0 e L1. Os erros mostrados para B/S são da estatística de Monte Carlo. Indicam-se entre colchetes as estimativas baseadas em menos do que 10 eventos de $background$. PV é vértice primário.

8.4 Desempenho do experimento LHCb na medida dos parâmetros $Im(\eta)$ e $|\eta|$

Obteve-se o desempenho do experimento LHCb na medida dos parâmetros $Im(\eta)$, que é igual a $\sin 2\beta$ no modelo padrão, e $|\eta|$, que é igual a 1 no modelo padrão, através da simulação da assimetria de CP do decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+ \mu^-)K_s(\pi^+ \pi^-)$.

O número de eventos de sinal para o decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+ \mu^-)K_s(\pi^+ \pi^-)$ usado na simulação foi de $N_{\text{sin}} = 90,6\text{k}$ eventos por ano. Obteve-se este número pelo produto da eficiência de identificação de sabores pelo número de eventos de sinal para este decaimento, que pode ser encontrado na tabela 8.7. Estimou-se, por sua vez, a eficiência de identificação de sabores através da média dos decaimentos $B^0 \rightarrow J/\psi K^{*0}$ e $B^0 \rightarrow J/\psi(\mu\mu)K_S^0$, e o resultado foi $(41,9 \pm 0,4)\%$. Este valor é compatível com a estatística de Monte Carlo disponível [66].

A razão $background$ sinal (B/S) é igual a 0,67 e pode ser encontrada na tabela 8.7. Ela representa a contribuição da amostra de $b\bar{b}$ inclusivo para o $background$ após o gatilho. Pela mesma tabela, pode-se ver que esta é a contribuição dominante para o $background$. Assumiu-se que a identificação

de sabores do *background* tem a mesma eficiência que a do sinal.

O tempo de vida do sinal ($\tau_{B_d} = 1,54$ ps) e a diferença entre as massas dos dois auto-estados de CP para o B_d ($\Delta m_d = 0,50$ ps $^{-1}$) foram retirados do PDG [76]. Como valor padrão para a simulação, usou-se $Im(\eta) = 0,73$ e $|\eta| = 1,0$.

Obteve-se cada tempo próprio pela simulação da diferença do tempo próprio verdadeiro pelo tempo próprio reconstruído. O resultado final do ajuste foram duas gaussianas com larguras de 43 fs (74%) e 114 fs (26%).

A eficiência da seleção de B_d como função do tempo próprio de B_d pode ser vista na Fig. 8.8. Seu ajuste pode ser feito pela seguinte expressão:

$$A(\tau) = b \frac{(a\tau)^3}{1 + (a\tau)^3} \quad (8.5)$$

com $a = (77 \pm 4) \times 10^2$ ns $^{-1}$ e $b = 0,140 \pm 0,003$.

Gerou-se inicialmente a distribuição do tempo de decaimento como uma exponencial ($e^{-\tau/\tau_b}$), mas depois manteve-se cada tempo de decaimento de acordo com a probabilidade dada pela função 8.5.

Gerou-se o sinal para o decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$ com o número de eventos obtido por uma distribuição gaussiana com valor central dado por N_{sin} e a largura dada por $\sqrt{N_{sin}}$. Gerou-se o número de eventos de *background* de uma maneira parecida. Dois histogramas foram preenchidos, um com os eventos de B^0 após a identificação de sabores (sinal e *background*) e o outro com os eventos de \bar{B}^0 após a identificação de sabores (sinal e *background*). Para se obter a probabilidade de um dado tempo de decaimento ser o de um B^0 ou o de um \bar{B}^0 , usou-se a equação 3.25, apresentada no capítulo 3:

$$A(t) = -\frac{(1 - |\eta|^2)}{(1 + |\eta|^2)} \cos(\Delta mt) + \frac{2Im(\eta)}{(1 + |\eta|^2)} \sin(\Delta mt) \quad (8.6)$$

Subtraiu-se o *background* dos dois histogramas através de uma parametrização da distribuição esperada para ele com seu tempo de vida

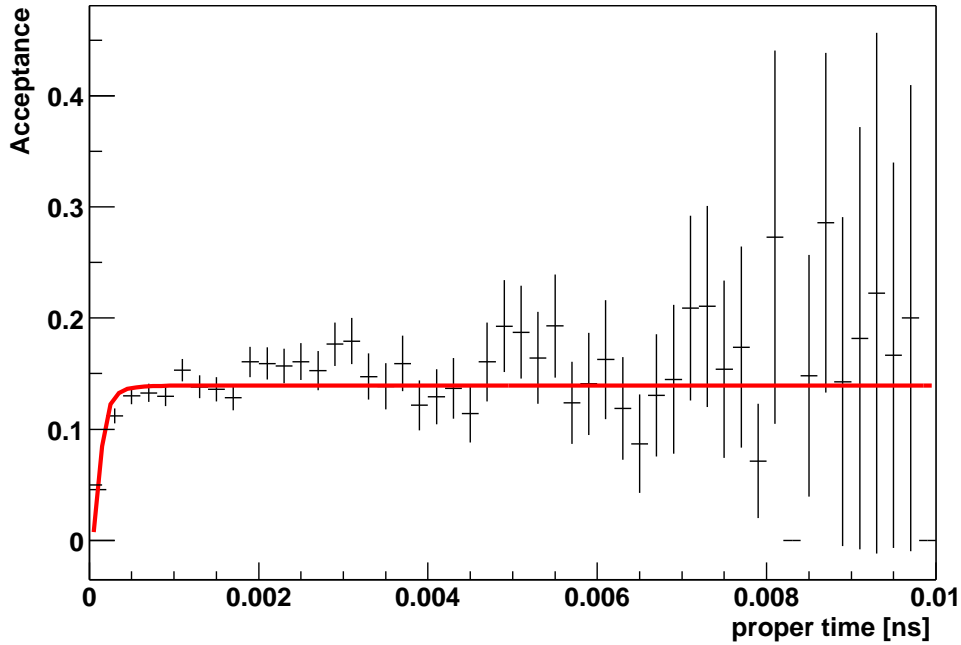


Figura 8.8: A eficiência da seleção de B como função do tempo próprio do B para o decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$.

estimado. Esta estimativa foi feita através do gráfico da Fig. 8.9, na qual encontra-se a distribuição do tempo de vida do *background* do decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$, calculado com cortes frouxos nos eventos fora da janela de massa na amostra de $b\bar{b}$ inclusivo ($600 \text{ MeV}/c^2$). Pelo ajuste da distribuição da Fig. 8.9 obteve-se $\tau_{back} = (0,78 \pm 0,05) \text{ ps}$.

A identificação errada de sabores (w) é a fração de eventos que passaram por uma identificação de sabores incorreta. Para estimar o erro da identificação errada de sabores (σ_w), usou-se o sinal do decaimento $B^0 \rightarrow J/\psi K^{*0}$. Este decaimento é um canal de auto identificação de sabores. Foi suposto que a eficiência de identificação de sabores e que a identificação errada de sabores são iguais para os decaimentos $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$ e $B^0 \rightarrow J/\psi K^{*0}$. Pelos dados simulados, pôde-se medir a eficiência de identificação de sabores, a identificação errada de sabores e o erro na identificação errada de sabores.

Para o decaimento $B^0 \rightarrow J/\psi K^{*0}$, tem-se para os eventos que passaram

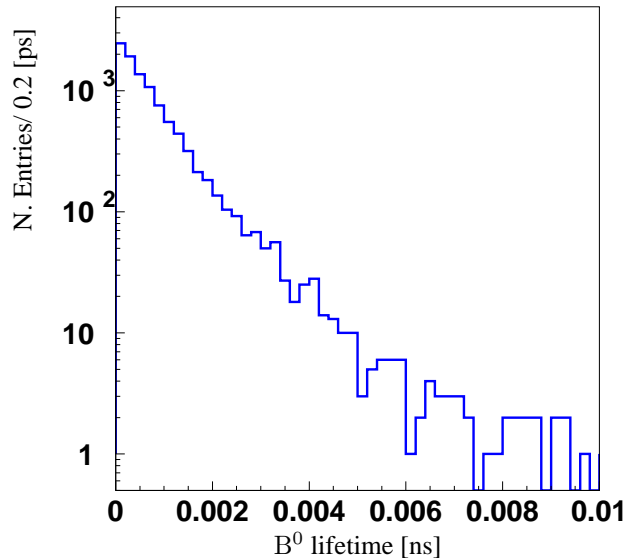


Figura 8.9: O tempo de vida do *background* do decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$ calculado com cortes frouxos nos eventos fora da janela de massa na amostra de $b\bar{b}$ inclusivo ($600 \text{ MeV}/c^2$). Um ajuste da distribuição ao decaimento $b\bar{b} \rightarrow c\bar{c}$ deu $\tau_{back} = (0.78 \pm 0.05) \text{ ps}$.

na identificação de sabores [65]:

- $N_{sin} = 277k$ eventos por ano
- $N_{back}/N_{sin} = [0, 16, 0, 37]$
- $\tau_{back} = 0,91 \pm 0,04 \text{ ps}$
- $w = 0,343$

Foi suposto que a eficiência de seleção de B_d como função do tempo próprio do B_d para o decaimento $B^0 \rightarrow J/\psi K^{*0}$ é igual à do decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$. Considerou-se também que a incerteza na determinação do tempo próprio (σ_t) é a mesma para os dois decaimentos. A distribuição dos B_d que passaram pela identificação de sabores e que foram gerados com Monte Carlo rápido com os números listados anteriormente para o decaimento $B^0 \rightarrow J/\psi K^{*0}$ foi ajustada e obteve-se $\sigma_w = 0,0011$. Este valor para σ_w veio de uma média de muitos ajustes. Um ajuste típico pode ser visto na Fig. 8.10.

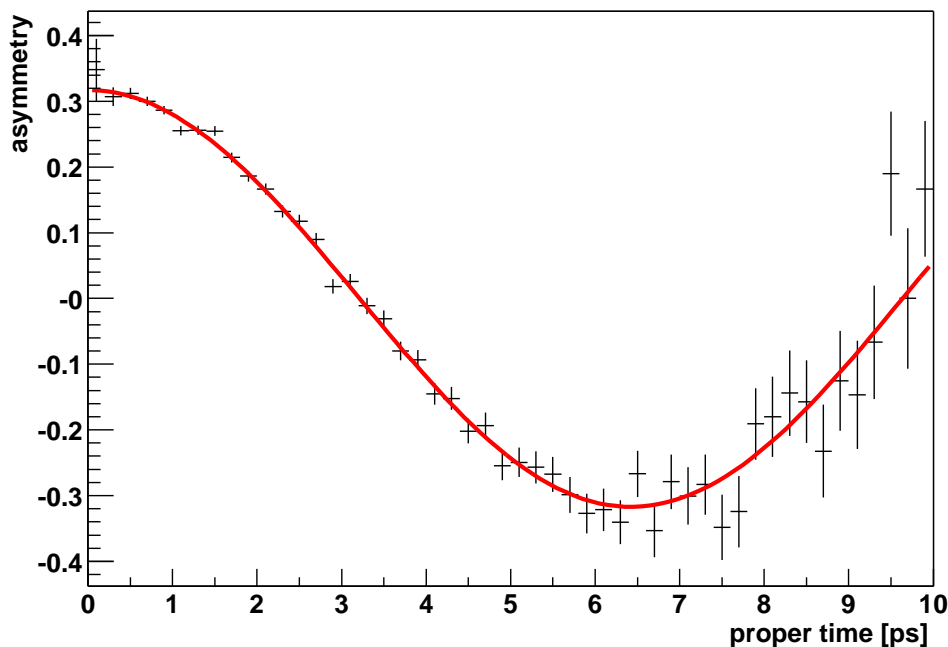


Figura 8.10: A distribuição de mistura $A(t)$ para o decaimento $B \rightarrow J/\psi K^{*0}$ com $w = 0,343$. O resultado de um ajuste típicamente de w pode ser visto neste gráfico.

Os limites mostrados para N_{back}/N_{sin} para o decaimento $B^0 \rightarrow J/\psi K^{*0}$ foram usados e os resultados para σ_w foram os mesmos para os valores inferior e superior.

Usou-se o valor de σ_w obtido no ajuste da assimetria de CP do decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$. Para obter os valores do desempenho do experimento LHCb na medida dos parâmetros da assimetria de CP, simulou-se 200 experimentos, levando o erro da identificação errada de sabores em consideração. A expressão usada no ajuste, que levou em conta possíveis efeitos de física nova, é o produto da expressão 8.6 pelo fator de diluição $(1 - 2w)$, que leva o efeito da identificação de sabores incorreta em consideração e é apresentado no capítulo 5, seção 5.12:

$$fitval = -(1 - 2w) \left[\frac{(1 - |\eta|^2)}{(1 + |\eta|^2)} \cos(\Delta mt) - \frac{2Im(\eta)}{(1 + |\eta|^2)} \sin(\Delta mt) \right] \quad (8.7)$$

onde $w = 0,343$ é a fração de identificação errada de sabores para os de-

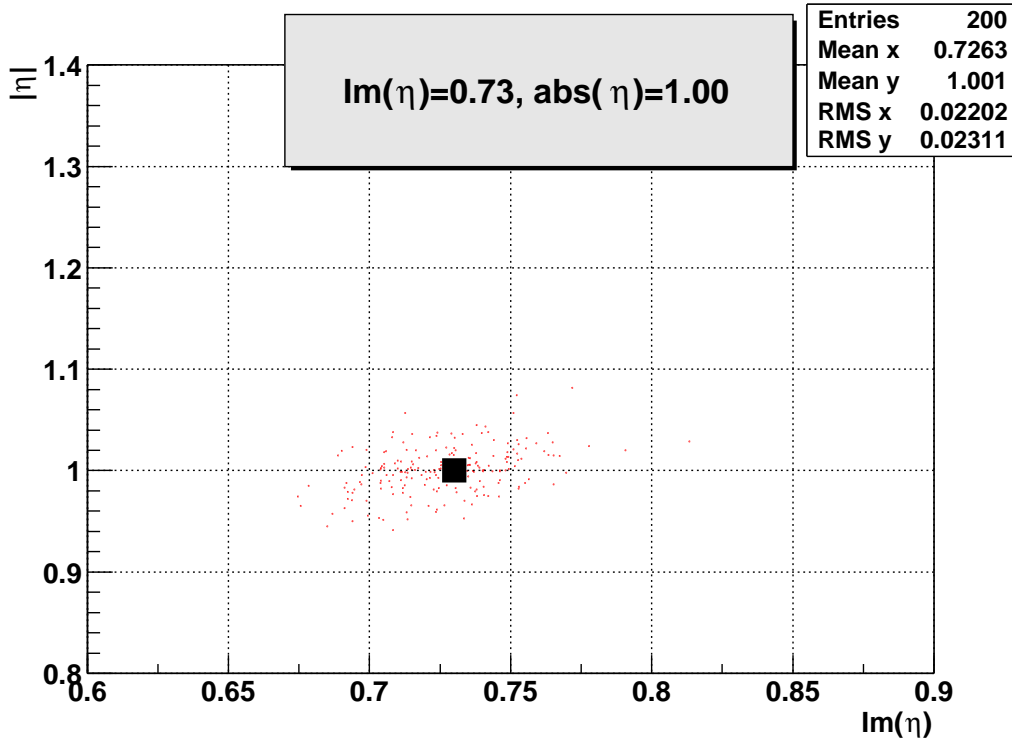


Figura 8.11: Os parâmetros $Im(\eta)$ e $|\eta|$ obtidos pela simulação de 200 experimentos. Os valores de entrada são mostrados como um quadrado no centro da distribuição.

caimentos $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$ e $B^0 \rightarrow J/\psi(\mu\mu)K^{*0}$. No modelo padrão, $|\eta|$ é igual a 1 e $Im(\eta)$ é $\sin 2\beta$. Na presença de física além do modelo padrão, $|\eta|$ é muito próximo de 1.

A distribuição dos valores ajustados para $Im(\eta)$ e $|\eta|$ para o decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$ pode ser vista na Fig. 8.11 e um ajuste típico pode ser visto na Fig. 8.12. Os valores de entrada para este decaimento foram usados para fazer um gráfico de um ajuste típico e a distribuição dos valores ajustados. Pode-se ver na Fig. 8.11 que o desempenho do experimento LHCb na medida de $Im(\eta)$ foi de 0,022 e na medida de $|\eta|$ foi de 0,023. O coeficiente de correlação entre os dois parâmetros é $r = 0,42$.

Foi feito um estudo de correlação entre os valores ajustados ($Im(\eta)$ e $|\eta|$) e seus erros. Os resultados obtidos podem ser vistos na Fig. 8.13 para $|\eta|$ fixo em 1 e $Im(\eta)$ variando de 0,63 a 0,83 e na Fig. 8.14 para $Im(\eta)$ fixo em 0,73 e $|\eta|$ variando de 0,90 a 1,10. Os intervalos foram escolhidos

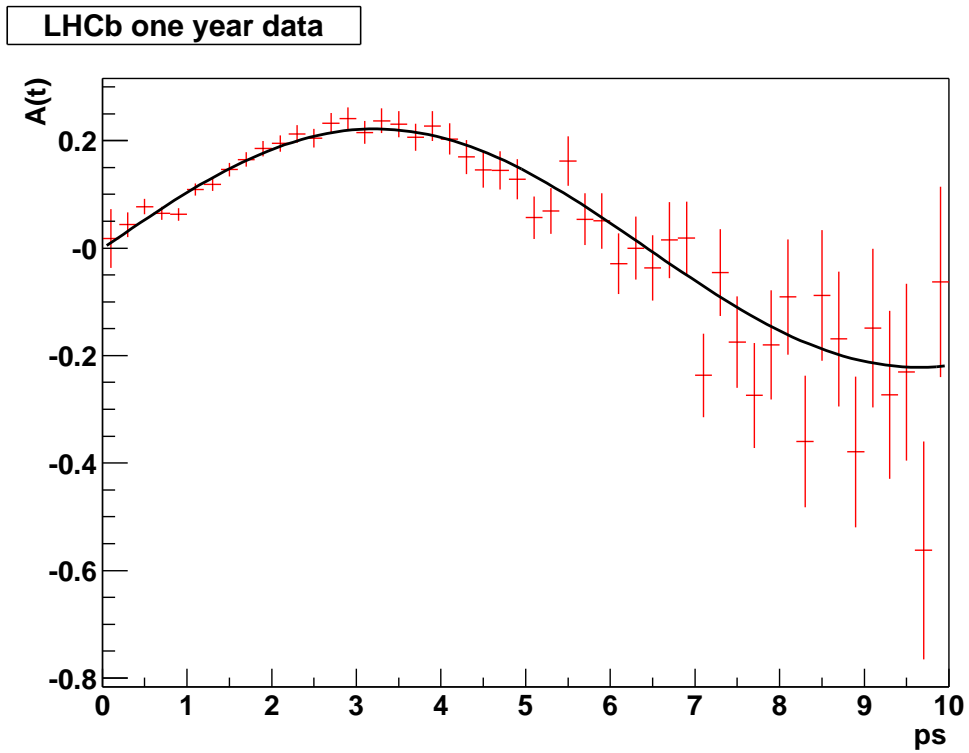


Figura 8.12: Um ajuste típico para a assimetria do decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$ para um ano de tomada de dados do experimento LHCb.

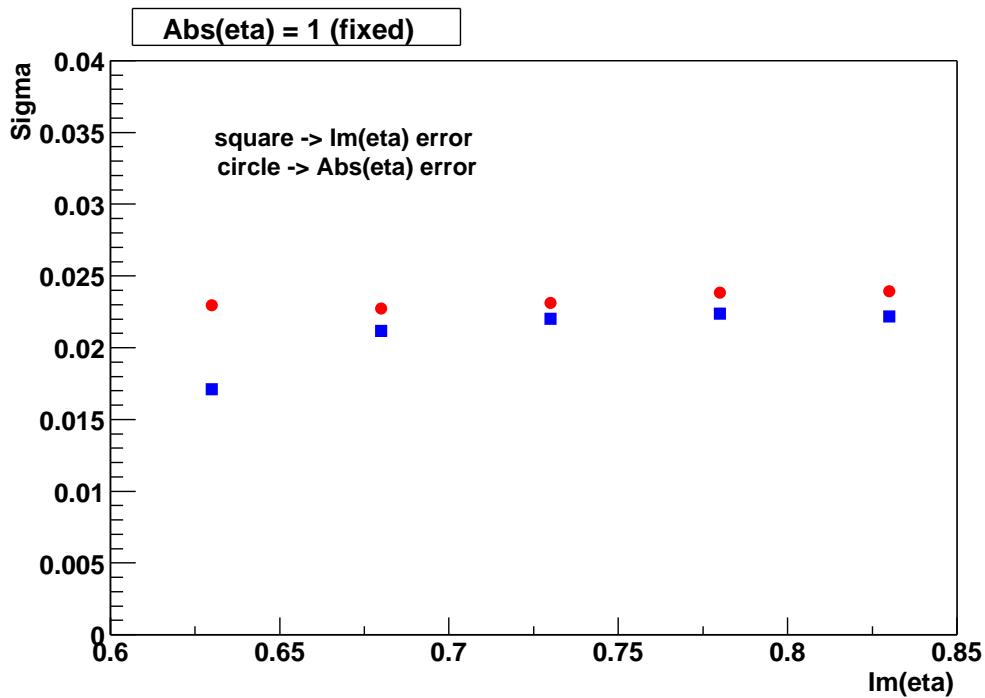


Figura 8.13: $|\eta| = 1$ (fixo) e $Im(\eta)$ variando de 0,63 a 0,83.

para ter quatro vezes a incerteza atual da média mundial para os valores de $Im(\eta)$ e $|\eta|$ ($\approx 0,05$), em torno dos valores padrão de simulação.

Na Fig. 8.13, pode-se observar que há uma correlação entre os valores de $Im(\eta)$ e seus erros. Quando o valor de $Im(\eta)$ aumenta, seu erro também aumenta, mas o erro em $|\eta|$ não muda.

Na Fig. 8.14, pode-se observar que há correlação entre os valores de $|\eta|$, seus erros e os erros de $Im(\eta)$. Quando o valor de $|\eta|$ aumenta, seu erro aumenta e o erro de $Im(\eta)$ também aumenta.

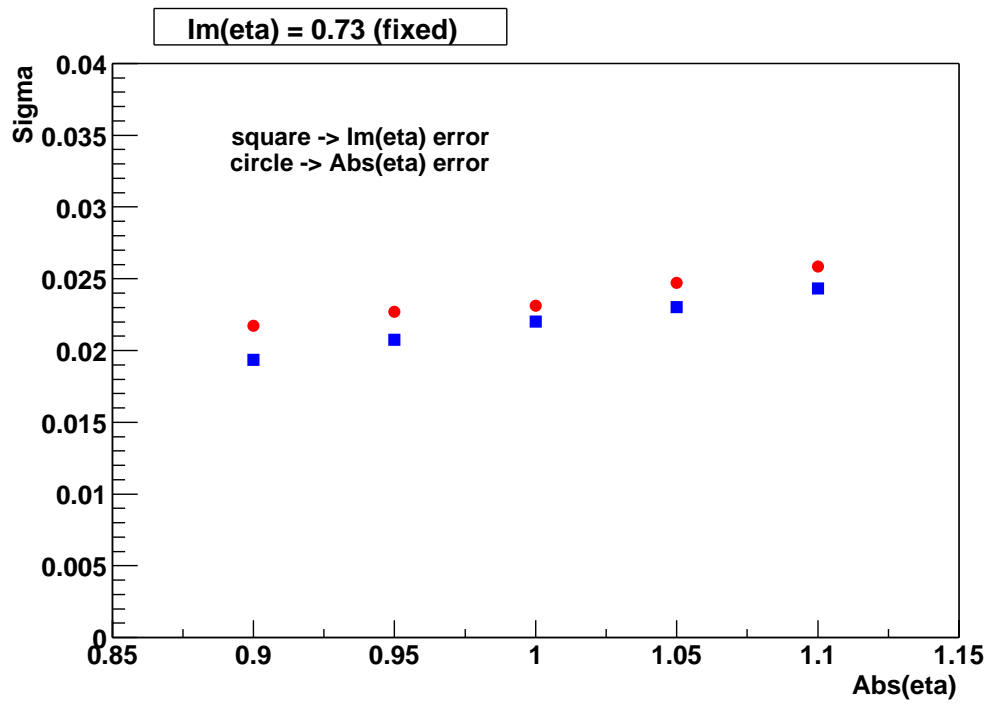


Figura 8.14: $Im(\eta) = 0,73$ (fixo) e $|\eta|$ variando de 0,90 a 1,10.

Capítulo 9

Conclusão

9.1 Conclusão do estudo do desempenho das ferramentas de reconstrução de vértices com vínculos para o LHCb

Desenvolvemos duas ferramentas de reconstrução de vértices com vínculos para o experimento LHCb e estudamos os seus desempenhos.

As duas ferramentas fazem ajuste de vértices com vínculos, usando o método dos multiplicadores de *Lagrange*, e estão sendo utilizadas por toda a colaboração do experimento LHCb na análise dos decaimentos de mésons B que serão estudados pelo experimento.

Uma das ferramentas se chama *LagrangeMassVertexFitter* e faz um ajuste de vértices com vínculo geométrico e com vínculo de massa invariante, tanto para a partícula mãe quanto para qualquer partícula filha que seja ressonância.

A outra ferramenta se chama *LagrangeGeomVertexFitter* e faz dois tipos de ajuste de vértices: um com vínculo geométrico e outro com vínculo geométrico e com vínculo de massa invariante para qualquer filha que seja ressonância.

Ao comparar resultados da ferramenta que faz ajuste de vértices sem vínculos com os resultados correspondentes das duas ferramentas que fazem ajuste de vértices com vínculos, nota-se resultados melhores para as resoluções no caso do ajuste com vínculos do que no caso do ajuste sem vínculos. Por exemplo, a resolução da massa do B_d melhora significativamente de $(16,2 \pm 0,4) \text{ MeV}/c^2$ para $(9,1 \pm 0,2) \text{ MeV}/c^2$ quando se

faz o ajuste com vínculo geométrico e com vínculo de massa invariante para o J/ψ (ferramenta *LagrangeMassVertexFitter*) para o decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$ e quando se usa apenas K_s da categoria *LL*. Quando se faz o mesmo tipo de ajuste, mas com o K_s da categoria *LU*, a resolução da massa de B_d melhora significativamente de $(18,5 \pm 0,7) MeV/c^2$ para $(11,1 \pm 0,3) MeV/c^2$. Na categoria *LU* para o K_s , quando se faz o mesmo tipo de ajuste tanto para o J/ψ como para o K_s , a resolução da massa do B_d melhora significativamente de $(18,5 \pm 0,7) MeV/c^2$ para $(9,1 \pm 1,7) MeV/c^2$. As definições destas categorias se encontram no capítulo 6, seção 6.6.

Um outro resultado interessante é a melhora da resolução da massa do B_d para o decaimento $B_d \rightarrow D^0 K^*$ de $(14,40 \pm 0,34) MeV/c^2$ para $(11,30 \pm 0,26) MeV/c^2$, quando se faz um ajuste com vínculo geométrico e de massa invariante (ferramenta *LagrangeMassVertexFitter*) no vértice do D^0 .

A resolução em z do vértice do K_s da categoria *LL* para o decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$ melhora significativamente de $(448 \pm 34) \mu m$ para $(352 \pm 32) \mu m$ quando o ajuste da ferramenta *LagrangeMassVertexFitter* é feito.

9.2 Conclusão do estudo da diminuição da contaminação na identificação de múons

Realizamos um estudo para a diminuição da contaminação na identificação de múons para o experimento LHCb, ou seja, um estudo para a redução da eficiência de identificação errada de píons como múons.

Após a eliminação do pior traço de um par de traços que divide pelo menos uma célula disparada nas janelas das câmaras de múons de *M2* a *M5*, consegue-se uma diminuição significativa na eficiência de identificação errada de píons como múons de $\epsilon_{\pi}^{erro} = 0,02537$ para $\epsilon_{\pi}^{erro} = 0,0122$, com uma pequena queda na eficiência de identificação de múons de $\epsilon_{\mu} = 0,9669$ para $\epsilon_{\mu} = 0,9247$, para uma amostra de 10 K eventos para o

decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$. Com isso, consegue-se eliminar 48% dos píons identificados de maneira errada como múons com uma perda de apenas 4% de múons verdadeiros.

9.3 Conclusão do estudo do desempenho do LHCb na medida de $\sin 2\beta$

Estudamos o desempenho do experimento LHCb na medida de $\sin 2\beta$ para um ano de tomada de dados. Para tal, utiliza-se o decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$.

Na simulação, foram utilizados os valores padrão $\Im m(\eta) = 0,73$ e $|\eta| = 1,0$ para o ajuste da assimetria de CP para o decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$. Para a obtenção da precisão do experimento LHCb na medida destes parâmetros ($\Im m(\eta)$ e $|\eta|$), foram simulados 200 experimentos. No modelo padrão o parâmetro $|\eta|$ é igual a 1 e o parâmetro $\Im m(\eta)$ é igual a $\sin 2\beta$.

O resultado da simulação mostra que o experimento LHCb, após um ano de tomada de dados, obterá o parâmetro $\Im m(\eta)$ com uma precisão de 0,022 e o parâmetro $|\eta|$ com uma precisão de 0,023:

$$\Im m(\eta) = 0,726 \pm 0,022$$

$$|\eta| = 1,001 \pm 0,023$$

A precisão para o parâmetro $\Im m(\eta)$, com um ano de tomada de dados do experimento LHCb, será igual ao valor previsto para a precisão da média mundial de todos os experimentos realizados até esta época.

A boa precisão do experimento LHCb para o parâmetro $\Im m(\eta)$ irá melhorar a precisão de outros parâmetros, como os ângulos α e γ do triângulo de CKM, já que estes parâmetros estão relacionados com o ângulo β do triângulo de CKM.

9.4 Perspectivas para o LHCb

O trabalho realizado nesta tese mostra que o experimento LHCb terá um excelente desempenho na medida do ângulo β do triângulo de CKM, através da assimetria de CP do decaimento $B_d \rightarrow J/\psi(\mu^+\mu^-)K_s(\pi^+\pi^-)$.

Os resultados desta tese e outros resultados obtidos pela colaboração do experimento LHCb mostram claramente que este experimento contribuirá significativamente para a física do B .

Apêndice A

LagrangeMassVertexFitter

A.1 Fórmulas e derivadas parciais da ferramenta de reconstrução de vértices *LagrangeMassVertexFitter*

O conjunto de medidas y será construído pela colocação consecutiva dos N conjuntos de parâmetros das partículas, obtidos na mesma posição z (Z_0).

Numa notação óbvia, para o caso de $N = 4$ partículas:

$$y = (x_1, y_1, x_1', y_1', p_1, x_2, y_2, x_2', y_2', p_2, x_3, y_3, x_3', y_3', p_3, x_4, y_4, x_4', y_4', p_4)$$

Para o caso de $N = 3$ partículas:

$$y = (x_1, y_1, x_1', y_1', p_1, x_2, y_2, x_2', y_2', p_2, x_3, y_3, x_3', y_3', p_3)$$

Para o caso de $N = 2$ partículas:

$$y = (x_1, y_1, x_1', y_1', p_1, x_2, y_2, x_2', y_2', p_2)$$

onde cada índice indica uma das partículas filhas usadas no ajuste de vértice. As variáveis x e y são as posições x e y das partículas filhas, as variáveis x' e y' são as derivadas de x e y em relação a z das partículas filhas, respectivamente, e as variáveis p são os momentos das partículas filhas.

A matriz de covariância C_y é construída da mesma maneira e tem uma forma de blocos diagonais.

Todas as equações de vínculo para o caso de $N = 4$ partículas usarão a seguinte notação:

$$\begin{aligned}
x1 &= \eta1 & x2 &= \eta6 & x3 &= \eta11 & x4 &= \eta16 \\
y1 &= \eta2 & y2 &= \eta7 & y3 &= \eta12 & y4 &= \eta17 \\
x1' &= \eta3 & x2' &= \eta8 & x3' &= \eta13 & x4' &= \eta18 \\
y1' &= \eta4 & y2' &= \eta9 & y3' &= \eta14 & y4' &= \eta19 \\
p1 &= \eta5 & p2 &= \eta10 & p3 &= \eta15 & p4 &= \eta20
\end{aligned}$$

O vínculo que exige que as 4 partículas adicionadas façam a partícula mãe com massa invariante M (massa invariante) pode ser escrito da seguinte forma:

$$M^2 = (p1 + p2 + p3 + p4)^2 = (p1 + p2)^2 + (p3 + p4)^2 + 2 (p1 + p2) (p3 + p4)$$

Esta equação pode ser escrita como:

$$\begin{aligned}
&\sqrt{[(\eta5)^2 + (m1)^2] [(\eta10)^2 + (m2)^2]} + \\
&\sqrt{[(\eta5)^2 + (m1)^2] [(\eta15)^2 + (m3)^2]} + \\
&\sqrt{[(\eta5)^2 + (m1)^2] [(\eta20)^2 + (m4)^2]} + \\
&\sqrt{[(\eta10)^2 + (m2)^2] [(\eta15)^2 + (m3)^2]} + \\
&\sqrt{[(\eta10)^2 + (m2)^2] [(\eta20)^2 + (m4)^2]} + \\
&\sqrt{[(\eta15)^2 + (m3)^2] [(\eta20)^2 + (m4)^2]} - \\
&\eta5\eta10 \cos \theta12 - \eta5 \eta15 \cos \theta13 - \\
&\eta5 \eta20 \cos \theta14 - \eta10 \eta15 \cos \theta23 - \\
&\eta10 \eta20 \cos \theta24 - \eta15 \eta20 \cos \theta34 - \beta = 0
\end{aligned}$$

onde $m1$, $m2$, $m3$ e $m4$ são as massas das partículas filhas, e:

$$\begin{aligned}
\beta &= \frac{1}{2}[M^2 - (m1)^2 - (m2)^2 - (m3)^2 - (m4)^2] \\
\cos \theta12 &= \frac{[\eta3\eta8 + \eta4\eta9 + 1]}{\sqrt{(\eta3)^2 + (\eta4)^2 + 1}\sqrt{(\eta8)^2 + (\eta9)^2 + 1}} = \frac{S12}{\sqrt{S11} S22} \\
\cos \theta13 &= \frac{[\eta3\eta13 + \eta4\eta14 + 1]}{\sqrt{(\eta3)^2 + (\eta4)^2 + 1}\sqrt{(\eta13)^2 + (\eta14)^2 + 1}} = \frac{S13}{\sqrt{S11} S33}
\end{aligned}$$

$$\cos \theta_{14} = \frac{[\eta_3\eta_{18} + \eta_4\eta_{19} + 1]}{\sqrt{(\eta_3)^2 + (\eta_4)^2 + 1}\sqrt{(\eta_{18})^2 + (\eta_{19})^2 + 1}} = \frac{S_{14}}{\sqrt{S_{11} S_{44}}}$$

$$\cos \theta_{23} = \frac{[\eta_8\eta_{13} + \eta_9\eta_{14} + 1]}{\sqrt{(\eta_8)^2 + (\eta_9)^2 + 1}\sqrt{(\eta_{13})^2 + (\eta_{14})^2 + 1}} = \frac{S_{23}}{\sqrt{S_{22} S_{33}}}$$

$$\cos \theta_{24} = \frac{[\eta_8\eta_{18} + \eta_9\eta_{19} + 1]}{\sqrt{(\eta_8)^2 + (\eta_9)^2 + 1}\sqrt{(\eta_{18})^2 + (\eta_{19})^2 + 1}} = \frac{S_{24}}{\sqrt{S_{22} S_{44}}}$$

$$\cos \theta_{34} = \frac{[\eta_{13}\eta_{18} + \eta_{14}\eta_{19} + 1]}{\sqrt{(\eta_{13})^2 + (\eta_{14})^2 + 1}\sqrt{(\eta_{18})^2 + (\eta_{19})^2 + 1}} = \frac{S_{34}}{\sqrt{S_{33} S_{44}}}$$

$$S_{12} = \eta_3\eta_8 + \eta_4\eta_9 + 1 \quad S_{13} = \eta_3\eta_{13} + \eta_4\eta_{14} + 1$$

$$S_{14} = \eta_3\eta_{18} + \eta_4\eta_{19} + 1 \quad S_{23} = \eta_8\eta_{13} + \eta_9\eta_{14} + 1$$

$$S_{11} = (\eta_3)^2 + (\eta_4)^2 + 1 \quad S_{22} = (\eta_8)^2 + (\eta_9)^2 + 1$$

$$S_{33} = (\eta_{13})^2 + (\eta_{14})^2 + 1 \quad S_{44} = (\eta_{18})^2 + (\eta_{19})^2 + 1$$

$$S_{24} = \eta_8\eta_{18} + \eta_9\eta_{19} + 1$$

$$S_{34} = \eta_{13}\eta_{18} + \eta_{14}\eta_{19} + 1$$

O vínculo que exige que as 4 partículas tenham um ponto comum no espaço (geométrico) pode ser escrito através das seguintes equações:

$$(\eta_6 - \eta_1)(\eta_4 - \eta_9) - (\eta_7 - \eta_2)(\eta_3 - \eta_8) = 0$$

$$(\eta_{11} - \eta_1)(\eta_4 - \eta_{14}) - (\eta_{12} - \eta_2)(\eta_3 - \eta_{13}) = 0$$

$$(\eta_{16} - \eta_1)(\eta_4 - \eta_{19}) - (\eta_{17} - \eta_2)(\eta_3 - \eta_{18}) = 0$$

$$(\eta_6 - \eta_1)(\eta_4 - \eta_{14}) - (\eta_{12} - \eta_2)(\eta_3 - \eta_8) = 0$$

$$(\eta_6 - \eta_1)(\eta_4 - \eta_{19}) - (\eta_{17} - \eta_2)(\eta_3 - \eta_8) = 0$$

Todas as equações de vínculo para o caso de $N = 3$ partículas usarão a seguinte notação:

$$x_1 = \eta_1 \quad x_2 = \eta_6 \quad x_3 = \eta_{11}$$

$$y_1 = \eta_2 \quad y_2 = \eta_7 \quad y_3 = \eta_{12}$$

$$x'_1 = \eta_3 \quad x'_2 = \eta_8 \quad x'_3 = \eta_{13}$$

$$y'_1 = \eta_4 \quad y'_2 = \eta_9 \quad y'_3 = \eta_{14}$$

$$p_1 = \eta_5 \quad p_2 = \eta_{10} \quad p_3 = \eta_{15}$$

O vínculo que exige que as 3 partículas adicionadas façam a partícula mãe com massa invariante M (massa invariante) pode ser escrito da seguinte maneira:

$$M^2 = (p1 + p2 + p3)^2 = (p1 + p2)^2 + (p3)^2 + 2 p3 (p1 + p2)$$

Esta equação pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} & \sqrt{[(\eta5)^2 + (m1)^2] [(\eta10)^2 + (m2)^2]} + \\ & \sqrt{[(\eta5)^2 + (m1)^2] [(\eta15)^2 + (m3)^2]} + \\ & \sqrt{[(\eta10)^2 + (m2)^2] [(\eta15)^2 + (m3)^2]} - \\ & \eta5\eta10 \cos \theta12 - \eta5 \eta15 \cos \theta13 - \\ & \eta10 \eta15 \cos \theta23 - \beta = 0 \end{aligned}$$

onde $m1$, $m2$ e $m3$ são as massas das partículas filhas, e:

$$\beta = \frac{1}{2}[M^2 - (m1)^2 - (m2)^2 - (m3)^2]$$

Os termos de cosseno necessários estão definidos no caso de $N = 4$ partículas.

O vínculo que exige que as 3 partículas devem ter um ponto comum no espaço (geométrico) pode ser escrito através das seguintes equações:

$$\begin{aligned} (\eta6 - \eta1)(\eta4 - \eta9) - (\eta7 - \eta2)(\eta3 - \eta8) &= 0 \\ (\eta11 - \eta1)(\eta4 - \eta14) - (\eta12 - \eta2)(\eta3 - \eta13) &= 0 \\ (\eta6 - \eta1)(\eta4 - \eta14) - (\eta12 - \eta2)(\eta3 - \eta8) &= 0 \end{aligned}$$

Todas as equações de vínculo para o caso de $N = 2$ partículas usarão a seguinte notação:

$$\begin{aligned} x1 &= \eta1 & x2 &= \eta6 \\ y1 &= \eta2 & y2 &= \eta7 \\ x1' &= \eta3 & x2' &= \eta8 \\ y1' &= \eta4 & y2' &= \eta9 \\ p1 &= \eta5 & p2 &= \eta10 \end{aligned}$$

O vínculo que exige que as 2 partículas adicionadas façam a partícula mãe com massa invariante M (massa invariante) pode ser escrito da seguinte forma:

$$M^2 = (p1 + p2)^2$$

Esta equação pode ser escrita como:

$$\sqrt{[(\eta5)^2 + (m1)^2] [(\eta10)^2 + (m2)^2]} - \eta5\eta10 \cos \theta12 - \beta = 0$$

onde $m1$ e $m2$ são as massas das partículas filhas e :

$$\beta = \frac{1}{2}[M^2 - (m1)^2 - (m2)^2]$$

Os termos de cosseno necessários estão definidos no caso de $N = 4$ partículas.

O vínculo que exige que as 2 partículas tenham um ponto comum no espaço (geométrico) pode ser escrito através da seguinte equação:

$$(\eta6 - \eta1)(\eta4 - \eta9) - (\eta7 - \eta2)(\eta3 - \eta8) = 0$$

Para o caso de $N = 3$ partículas, duas delas podem vir de uma ressonância. Neste caso, existe uma simplificação na equação de vínculo de massa invariante da partícula mãe porque o vínculo de massa invariante da ressonância pode ser incluído nesta equação.

O vínculo que exige que as 3 partículas adicionadas façam a partícula mãe com massa invariante M e o vínculo que exige que duas delas adicionadas façam a ressonância com massa invariante $M1$, juntos, podem ser escritos da seguinte forma:

$$\begin{aligned} & \sqrt{[(\eta5)^2 + (m1)^2] [(\eta15)^2 + (m3)^2]} + \\ & \sqrt{[(\eta10)^2 + (m2)^2] [(\eta15)^2 + (m3)^2]} - \\ & \eta5 \eta15 \cos \theta13 - \eta10 \eta15 \cos \theta23 - \beta = 0 \end{aligned}$$

onde $M1$ é a massa da ressonância, $m1$ e $m2$ são as massas de suas filhas, $m3$ e $M1$ são as massas das filhas da partícula mãe de massa M , e:

$$\beta = \frac{1}{2}[M^2 - (M1)^2 - (m3)^2]$$

$$M1^2 = (p1 + p2)^2$$

Para o caso de $N = 4$ partículas, elas podem vir de duas ressonâncias ou duas delas podem vir de uma ressonância. Nestes casos, haverá uma simplificação na equação de vínculo de massa invariante da partícula mãe porque os vínculos de massa invariante das ressonâncias podem ser incluídos nesta equação.

O vínculo que exige que as 4 partículas adicionadas façam uma partícula mãe com massa invariante M , o vínculo que duas delas adicionadas façam uma ressonância com massa invariante $M1$ e o vínculo que as outras duas adicionadas façam uma ressonância de massa invariante $M2$, juntos, podem ser escritos da seguinte forma:

$$\begin{aligned} & \sqrt{[(\eta5)^2 + (m1)^2] [(\eta15)^2 + (m3)^2]} + \\ & \sqrt{[(\eta5)^2 + (m1)^2] [(\eta20)^2 + (m4)^2]} + \\ & \sqrt{[(\eta10)^2 + (m2)^2] [(\eta15)^2 + (m3)^2]} + \\ & \sqrt{[(\eta10)^2 + (m2)^2] [(\eta20)^2 + (m4)^2]} - \\ & \eta5 \eta15 \cos \theta13 - \eta5 \eta20 \cos \theta14 - \\ & \eta10 \eta15 \cos \theta23 - \eta10 \eta20 \cos \theta24 - \beta = 0 \end{aligned}$$

onde $M1$ e $M2$ são as massas das ressonâncias, $m1$ e $m2$ são as massas das filhas da ressonância de massa $M1$, $m3$ e $m4$ são as massas das filhas da ressonância de massa $M2$ e:

$$\beta = \frac{1}{2}[M^2 - (M1)^2 - (M2)^2]$$

$$M1^2 = (p1 + p2)^2$$

$$M2^2 = (p3 + p4)^2$$

O vínculo que exige que as 4 partículas adicionadas façam uma partícula mãe com massa invariante M e o vínculo que exige que duas delas adicionadas façam uma ressonância com massa invariante $M1$, juntos, podem ser escritos como:

$$\begin{aligned}
& \sqrt{[(\eta_5)^2 + (m_1)^2] [(\eta_{15})^2 + (m_3)^2]} + \\
& \sqrt{[(\eta_5)^2 + (m_1)^2] [(\eta_{20})^2 + (m_4)^2]} + \\
& \sqrt{[(\eta_{10})^2 + (m_2)^2] [(\eta_{15})^2 + (m_3)^2]} + \\
& \sqrt{[(\eta_{10})^2 + (m_2)^2] [(\eta_{20})^2 + (m_4)^2]} + \\
& \sqrt{[(\eta_{15})^2 + (m_3)^2] [(\eta_{20})^2 + (m_4)^2]} - \\
& \eta_5 \eta_{15} \cos \theta_{13} - \eta_5 \eta_{20} \cos \theta_{14} - \\
& \eta_{10} \eta_{15} \cos \theta_{23} - \eta_{10} \eta_{20} \cos \theta_{24} - \\
& \eta_{15} \eta_{20} \cos \theta_{34} - \beta = 0
\end{aligned}$$

onde M_1 é a massa da ressonância, m_1 e m_2 são as massas das suas filhas, m_3 e m_4 junto com M_1 são as massas das filhas da partícula mãe de massa M , e:

$$\begin{aligned}
\beta &= \frac{1}{2}[M^2 - (M_1)^2 - (m_3)^2 - (m_4)^2] \\
M_1^2 &= (p_1 + p_2)^2
\end{aligned}$$

Após a identificação das equações de vínculo para cada caso considerado, a implementação do ajuste num programa é somente uma questão de calcular várias derivadas parciais e inverter matrizes.

Nas próximas seções deste apêndice, serão registradas todas as equações usadas no código em C++ da ferramenta de reconstrução de vértice *LagrangeMassVertexFitter*, criada para fazer o ajuste com vínculo de massa invariante para a partícula mãe e para as filhas ressonâncias, quando existirem, e com vínculo geométrico. Nelas, serão encontradas as derivadas parciais e as fórmulas usadas nos métodos privados *itera* e *nwcov* desta ferramenta, onde o pacote padrão *CLHEP* foi usado para multiplicação e inversão de matrizes.

A.2 Fórmulas usadas no método privado *itera*

Para obter a matriz B , cujos elementos são dados por $B_{kl} = \left(\frac{\delta f_k}{\delta \eta_l} \right)_{\eta_0}$, é necessário calcular as derivadas parciais das equações de vínculo. Para fazer isso, algumas variáveis e expressões intermediárias serão usadas para simplificar a notação. Elas estão listadas a seguir:

$$P12 = [(\eta_5)^2 + (m_1)^2] [(\eta_{10})^2 + (m_2)^2]$$

$$P13 = [(\eta_5)^2 + (m_1)^2] [(\eta_{15})^2 + (m_3)^2]$$

$$P14 = [(\eta_5)^2 + (m_1)^2] [(\eta_{20})^2 + (m_4)^2]$$

$$P23 = [(\eta_{10})^2 + (m_2)^2] [(\eta_{15})^2 + (m_3)^2]$$

$$P24 = [(\eta_{10})^2 + (m_2)^2] [(\eta_{20})^2 + (m_4)^2]$$

$$P34 = [(\eta_{15})^2 + (m_3)^2] [(\eta_{20})^2 + (m_4)^2]$$

$$S12 = \eta_3 \eta_8 + \eta_4 \eta_9 + 1 \quad S13 = \eta_3 \eta_{13} + \eta_4 \eta_{14} + 1$$

$$S14 = \eta_3 \eta_{18} + \eta_4 \eta_{19} + 1 \quad S23 = \eta_8 \eta_{13} + \eta_9 \eta_{14} + 1$$

$$S11 = (\eta_3)^2 + (\eta_4)^2 + 1 \quad S22 = (\eta_8)^2 + (\eta_9)^2 + 1$$

$$S33 = (\eta_{13})^2 + (\eta_{14})^2 + 1 \quad S44 = (\eta_{18})^2 + (\eta_{19})^2 + 1$$

$$S24 = \eta_8 \eta_{18} + \eta_9 \eta_{19} + 1$$

$$S34 = \eta_{13} \eta_{18} + \eta_{14} \eta_{19} + 1$$

$$\cos \theta_{12} = \frac{S12}{\sqrt{S11 S22}} \quad \cos \theta_{13} = \frac{S13}{\sqrt{S11 S33}}$$

$$\cos \theta_{14} = \frac{S14}{\sqrt{S11 S44}} \quad \cos \theta_{23} = \frac{S23}{\sqrt{S22 S33}}$$

$$\cos \theta_{24} = \frac{S24}{\sqrt{S22 S44}} \quad \cos \theta_{34} = \frac{S34}{\sqrt{S33 S44}}$$

$$\partial_5(\sqrt{P12}) = \eta_5 \sqrt{\frac{(\eta_{10})^2 + (m_2)^2}{(\eta_5)^2 + (m_1)^2}}$$

$$\partial_{10}(\sqrt{P12}) = \eta_{10} \sqrt{\frac{(\eta_5)^2 + (m_1)^2}{(\eta_{10})^2 + (m_2)^2}}$$

$$\partial_5(\sqrt{P13}) = \eta_5 \sqrt{\frac{(\eta_{15})^2 + (m_3)^2}{(\eta_5)^2 + (m_1)^2}}$$

$$\partial_{15}(\sqrt{P13}) = \eta_{15} \sqrt{\frac{(\eta_5)^2 + (m_1)^2}{(\eta_{15})^2 + (m_3)^2}}$$

$$\partial_5(\sqrt{P14}) = \eta_5 \sqrt{\frac{(\eta_{20})^2 + (m_4)^2}{(\eta_5)^2 + (m_1)^2}}$$

$$\partial_{20}(\sqrt{P14}) = \eta_{20} \sqrt{\frac{(\eta_5)^2 + (m_1)^2}{(\eta_{20})^2 + (m_4)^2}}$$

$$\partial_{10}(\sqrt{P23}) = \eta_{10} \sqrt{\frac{(\eta_{15})^2 + (m_3)^2}{(\eta_{10})^2 + (m_2)^2}}$$

$$\partial_{15}(\sqrt{P23}) = \eta_{15} \sqrt{\frac{(\eta_{10})^2 + (m_2)^2}{(\eta_{15})^2 + (m_3)^2}}$$

$$\partial_{10}(\sqrt{P24}) = \eta_{10} \sqrt{\frac{(\eta_{20})^2 + (m_4)^2}{(\eta_{10})^2 + (m_2)^2}}$$

$$\partial_{20}(\sqrt{P24}) = \eta_{20} \sqrt{\frac{(\eta_{10})^2 + (m_2)^2}{(\eta_{20})^2 + (m_4)^2}}$$

$$\partial_{15}(\sqrt{P34}) = \eta_{15} \sqrt{\frac{(\eta_{20})^2 + (m_4)^2}{(\eta_{15})^2 + (m_3)^2}}$$

$$\partial_{20}(\sqrt{P34}) = \eta_{20} \sqrt{\frac{(\eta_{15})^2 + (m_3)^2}{(\eta_{20})^2 + (m_4)^2}}$$

$$\partial_3(\cos \theta_{12}) = \frac{\eta_8 - \eta_3 \frac{S_{12}}{S_{11}}}{\sqrt{S_{11} S_{22}}}$$

$$\partial_4(\cos \theta_{12}) = \frac{\eta_9 - \eta_4 \frac{S_{12}}{S_{11}}}{\sqrt{S_{11} S_{22}}}$$

$$\partial_8(\cos \theta_{12}) = \frac{\eta_3 - \eta_8 \frac{S_{12}}{S_{22}}}{\sqrt{S_{11} S_{22}}}$$

$$\partial_9(\cos \theta_{12}) = \frac{\eta_4 - \eta_9 \frac{S_{12}}{S_{22}}}{\sqrt{S_{11} S_{22}}}$$

$$\partial_3(\cos \theta_{13}) = \frac{\eta_{13} - \eta_3 \frac{S_{13}}{S_{11}}}{\sqrt{S_{11} S_{33}}}$$

$$\partial_4(\cos \theta_{13}) = \frac{\eta_{14} - \eta_4 \frac{S_{13}}{S_{11}}}{\sqrt{S_{11} S_{33}}}$$

$$\partial_{13}(\cos \theta_{13}) = \frac{\eta_3 - \eta_{13} \frac{S_{13}}{S_{33}}}{\sqrt{S_{11} S_{33}}}$$

$$\partial_{14}(\cos \theta_{13}) = \frac{\eta_4 - \eta_{14} \frac{S_{13}}{S_{33}}}{\sqrt{S_{11} S_{33}}}$$

$$\partial_3(\cos \theta_{14}) = \frac{\eta_{18} - \eta_3 \frac{S_{14}}{S_{11}}}{\sqrt{S_{11} S_{44}}}$$

$$\partial_4(\cos \theta_{14}) = \frac{\eta_{19} - \eta_4 \frac{S_{14}}{S_{11}}}{\sqrt{S_{11} S_{44}}}$$

$$\partial_{18}(\cos \theta_{14}) = \frac{\eta_3 - \eta_{18} \frac{S_{14}}{S_{44}}}{\sqrt{S_{11} S_{44}}}$$

$$\partial_{19}(\cos \theta_{14}) = \frac{\eta_4 - \eta_{19} \frac{S_{14}}{S_{44}}}{\sqrt{S_{11} S_{44}}}$$

$$\partial_8(\cos \theta_{23}) = \frac{\eta_{13} - \eta_8 \frac{S_{23}}{S_{22}}}{\sqrt{S_{22} S_{33}}}$$

$$\partial_9(\cos \theta_{23}) = \frac{\eta_{14} - \eta_9 \frac{S_{23}}{S_{22}}}{\sqrt{S_{22} S_{33}}}$$

$$\partial_{13}(\cos \theta_{23}) = \frac{\eta^8 - \eta^{13} \frac{S_{23}}{S_{33}}}{\sqrt{S_{22} S_{33}}}$$

$$\partial_{14}(\cos \theta_{23}) = \frac{\eta^9 - \eta^{14} \frac{S_{23}}{S_{33}}}{\sqrt{S_{22} S_{33}}}$$

$$\partial_8(\cos \theta_{24}) = \frac{\eta^{18} - \eta^8 \frac{S_{24}}{S_{44}}}{\sqrt{S_{22} S_{44}}}$$

$$\partial_9(\cos \theta_{24}) = \frac{\eta^{19} - \eta^9 \frac{S_{24}}{S_{44}}}{\sqrt{S_{22} S_{44}}}$$

$$\partial_{18}(\cos \theta_{24}) = \frac{\eta^8 - \eta^{18} \frac{S_{24}}{S_{44}}}{\sqrt{S_{22} S_{44}}}$$

$$\partial_{19}(\cos \theta_{24}) = \frac{\eta^9 - \eta^{19} \frac{S_{24}}{S_{44}}}{\sqrt{S_{22} S_{44}}}$$

$$\partial_{13}(\cos \theta_{34}) = \frac{\eta^{18} - \eta^{13} \frac{S_{34}}{S_{33}}}{\sqrt{S_{33} S_{44}}}$$

$$\partial_{14}(\cos \theta_{34}) = \frac{\eta^{19} - \eta^{14} \frac{S_{34}}{S_{33}}}{\sqrt{S_{33} S_{44}}}$$

$$\partial_{18}(\cos \theta_{34}) = \frac{\eta^{13} - \eta^{18} \frac{S_{34}}{S_{44}}}{\sqrt{S_{33} S_{44}}}$$

$$\partial_{19}(\cos \theta_{34}) = \frac{\eta^{14} - \eta^{19} \frac{S_{34}}{S_{44}}}{\sqrt{S_{33} S_{44}}}$$

As equações de vínculo podem ser reescritas da seguinte maneira:

- Para o caso de 4 partículas sem nenhuma ressonância

$$f1(\eta) = (\eta^6 - \eta^1)(\eta^4 - \eta^9) - (\eta^7 - \eta^2)(\eta^3 - \eta^8) = 0$$

$$f2(\eta) = (\eta^{11} - \eta^1)(\eta^4 - \eta^{14}) - (\eta^{12} - \eta^2)(\eta^3 - \eta^{13}) = 0$$

$$f3(\eta) = (\eta^{16} - \eta^1)(\eta^4 - \eta^{19}) - (\eta^{17} - \eta^2)(\eta^3 - \eta^{18}) = 0$$

$$f4(\eta) = (\eta^6 - \eta^1)(\eta^4 - \eta^{14}) - (\eta^{12} - \eta^2)(\eta^3 - \eta^8) = 0$$

$$f5(\eta) = (\eta^6 - \eta^1)(\eta^4 - \eta^{19}) - (\eta^{17} - \eta^2)(\eta^3 - \eta^8) = 0$$

$$f6(\eta) = \sqrt{P_{12}} + \sqrt{P_{13}} + \sqrt{P_{14}} + \sqrt{P_{23}} + \sqrt{P_{24}} + \sqrt{P_{34}} - \eta^5 \eta^{10} \cos \theta_{12} - \eta^5 \eta^{15} \cos \theta_{13} - \eta^5 \eta^{20} \cos \theta_{14} - \eta^{10} \eta^{15} \cos \theta_{23} - \eta^{10} \eta^{20} \cos \theta_{24} - \eta^{15} \eta^{20} \cos \theta_{34} - \beta = 0$$

$$\beta = \frac{1}{2} [M^2 - (m_1)^2 - (m_2)^2 - (m_3)^2 - (m_4)^2]$$

- Para o caso de 4 partículas com uma ressonância

$$f1(\eta) = (\eta_6 - \eta_1)(\eta_4 - \eta_9) - (\eta_7 - \eta_2)(\eta_3 - \eta_8) = 0$$

$$f2(\eta) = (\eta_{11} - \eta_1)(\eta_4 - \eta_{14}) - (\eta_{12} - \eta_2)(\eta_3 - \eta_{13}) = 0$$

$$f3(\eta) = (\eta_{16} - \eta_1)(\eta_4 - \eta_{19}) - (\eta_{17} - \eta_2)(\eta_3 - \eta_{18}) = 0$$

$$f4(\eta) = (\eta_6 - \eta_1)(\eta_4 - \eta_{14}) - (\eta_{12} - \eta_2)(\eta_3 - \eta_8) = 0$$

$$f5(\eta) = (\eta_6 - \eta_1)(\eta_4 - \eta_{19}) - (\eta_{17} - \eta_2)(\eta_3 - \eta_8) = 0$$

$$f6(\eta) = \sqrt{P_{13}} + \sqrt{P_{14}} + \sqrt{P_{23}} + \sqrt{P_{24}} + \sqrt{P_{34}} - \eta_5 \eta_{15} \cos \theta_{13} - \eta_5 \eta_{20} \cos \theta_{14} - \eta_{10} \eta_{15} \cos \theta_{23} - \eta_{10} \eta_{20} \cos \theta_{24} - \eta_{15} \eta_{20} \cos \theta_{34} - \beta = 0$$

$$\beta = \frac{1}{2} [M^2 - (M_1)^2 - (m_3)^2 - (m_4)^2]$$

- Para o caso de 4 partículas com duas ressonâncias

$$f1(\eta) = (\eta_6 - \eta_1)(\eta_4 - \eta_9) - (\eta_7 - \eta_2)(\eta_3 - \eta_8) = 0$$

$$f2(\eta) = (\eta_{11} - \eta_1)(\eta_4 - \eta_{14}) - (\eta_{12} - \eta_2)(\eta_3 - \eta_{13}) = 0$$

$$f3(\eta) = (\eta_{16} - \eta_1)(\eta_4 - \eta_{19}) - (\eta_{17} - \eta_2)(\eta_3 - \eta_{18}) = 0$$

$$f4(\eta) = (\eta_6 - \eta_1)(\eta_4 - \eta_{14}) - (\eta_{12} - \eta_2)(\eta_3 - \eta_8) = 0$$

$$f5(\eta) = (\eta_6 - \eta_1)(\eta_4 - \eta_{19}) - (\eta_{17} - \eta_2)(\eta_3 - \eta_8) = 0$$

$$f6(\eta) = \sqrt{P_{13}} + \sqrt{P_{14}} + \sqrt{P_{23}} + \sqrt{P_{24}} - \eta_5 \eta_{15} \cos \theta_{13} - \eta_5 \eta_{20} \cos \theta_{14} - \eta_{10} \eta_{15} \cos \theta_{23} - \eta_{10} \eta_{20} \cos \theta_{24} - \beta = 0$$

$$\beta = \frac{1}{2} [M^2 - (M_1)^2 - (M_2)^2]$$

- Para o caso de 3 partículas sem nenhuma ressonância

$$f1(\eta) = (\eta_6 - \eta_1)(\eta_4 - \eta_9) - (\eta_7 - \eta_2)(\eta_3 - \eta_8) = 0$$

$$f2(\eta) = (\eta_{11} - \eta_1)(\eta_4 - \eta_{14}) - (\eta_{12} - \eta_2)(\eta_3 - \eta_{13}) = 0$$

$$f3(\eta) = (\eta_6 - \eta_1)(\eta_4 - \eta_{14}) - (\eta_{12} - \eta_2)(\eta_3 - \eta_8) = 0$$

$$f4(\eta) = \sqrt{P_{12}} + \sqrt{P_{13}} + \sqrt{P_{23}} - \eta_5 \eta_{10} \cos \theta_{12} - \eta_5 \eta_{15} \cos \theta_{13} - \eta_{10} \eta_{15} \cos \theta_{23} - \beta = 0$$

$$\beta = \frac{1}{2} [M^2 - (m_1)^2 - (m_2)^2 - (m_3)^2]$$

- Para o caso de 3 partículas com uma ressonância

$$f1(\eta) = (\eta_6 - \eta_1)(\eta_4 - \eta_9) - (\eta_7 - \eta_2)(\eta_3 - \eta_8) = 0$$

$$f2(\eta) = (\eta_{11} - \eta_1)(\eta_4 - \eta_{14}) - (\eta_{12} - \eta_2)(\eta_3 - \eta_{13}) = 0$$

$$f3(\eta) = (\eta_6 - \eta_1)(\eta_4 - \eta_{14}) - (\eta_{12} - \eta_2)(\eta_3 - \eta_8) = 0$$

$$f4(\eta) = \sqrt{P_{13}} + \sqrt{P_{23}} + \eta_5 \eta_{15} \cos \theta_{13} - \eta_{10} \eta_{15} \cos \theta_{23} - \beta = 0$$

$$\beta = \frac{1}{2} [M^2 - (M_1)^2 - (m_3)^2]$$

- Para o caso de 2 partículas sem nenhuma ressonância

$$f1(\eta) = (\eta_6 - \eta_1)(\eta_4 - \eta_9) - (\eta_7 - \eta_2)(\eta_3 - \eta_8) = 0$$

$$f2(\eta) = \sqrt{P_{12}} - \eta_5 \eta_{10} \cos \theta_{12} - \beta = 0$$

$$\beta = \frac{1}{2} [M^2 - (m_1)^2 - (m_2)^2]$$

As derivadas parciais para as equações de vínculo são dadas a seguir para cada caso considerado anteriormente.

As derivadas parciais para as equações de vínculo geométrico são iguais para os casos de $N = 4$ partículas sem nenhuma ressonância, de $N = 4$ partículas com uma ressonância e de $N = 4$ partículas com duas ressonâncias. Elas são mostradas a seguir:

- Para o caso de 4 partículas

$$\partial_1(f1) = \eta_9 - \eta_4$$

$$\partial_2(f1) = \eta_3 - \eta_8$$

$$\partial_3(f1) = \eta_2 - \eta_7$$

$$\partial_4(f1) = \eta_6 - \eta_1$$

$$\partial_6(f1) = \eta_4 - \eta_9 = -\partial_1(f1)$$

$$\partial_7(f1) = \eta_8 - \eta_3 = -\partial_2(f1)$$

$$\partial_8(f1) = \eta_7 - \eta_2 = -\partial_3(f1)$$

$$\partial_9(f1) = \eta_1 - \eta_6 = -\partial_4(f1)$$

$$\partial_1(f2) = \eta_{14} - \eta_4$$

$$\partial_2(f2) = \eta_3 - \eta_{13}$$

$$\partial_3(f_2) = \eta_2 - \eta_{12} \qquad \partial_4(f_2) = \eta_{11} - \eta_1$$

$$\partial_{11}(f_2) = \eta_4 - \eta_{14} = -\partial_1(f_2)$$

$$\partial_{12}(f_2) = \eta_{13} - \eta_3 = -\partial_2(f_2)$$

$$\partial_{13}(f_2) = \eta_{12} - \eta_2 = -\partial_3(f_2)$$

$$\partial_{14}(f_2) = \eta_1 - \eta_{11} = -\partial_4(f_2)$$

$$\partial_1(f_3) = \eta_{19} - \eta_4 \qquad \partial_2(f_3) = \eta_3 - \eta_{18}$$

$$\partial_3(f_3) = \eta_2 - \eta_{17} \qquad \partial_4(f_3) = \eta_{16} - \eta_1$$

$$\partial_{16}(f_3) = \eta_4 - \eta_{19} = -\partial_1(f_3)$$

$$\partial_{17}(f_3) = \eta_{18} - \eta_3 = -\partial_2(f_3)$$

$$\partial_{18}(f_3) = \eta_{17} - \eta_2 = -\partial_3(f_3)$$

$$\partial_{19}(f_3) = \eta_1 - \eta_{16} = -\partial_4(f_3)$$

$$\partial_1(f_4) = -(\eta_4 - \eta_{14}) \qquad \partial_2(f_4) = \eta_3 - \eta_8$$

$$\partial_3(f_4) = -(\eta_{12} - \eta_2) \qquad \partial_4(f_4) = \eta_6 - \eta_1$$

$$\partial_6(f_4) = \eta_4 - \eta_{14} = -\partial_1(f_4)$$

$$\partial_8(f_4) = \eta_{12} - \eta_2 = -\partial_3(f_4)$$

$$\partial_{12}(f_4) = -(\eta_3 - \eta_8) = -\partial_2(f_4)$$

$$\partial_{14}(f_4) = -(\eta_6 - \eta_1) = -\partial_4(f_4)$$

$$\partial_1(f_5) = -(\eta_4 - \eta_{19}) \qquad \partial_2(f_5) = \eta_3 - \eta_8$$

$$\partial_3(f_5) = -(\eta_{17} - \eta_2) \qquad \partial_4(f_5) = \eta_6 - \eta_1$$

$$\partial_6(f_5) = \eta_4 - \eta_{19} = -\partial_1(f_5)$$

$$\partial_8(f_5) = \eta_{17} - \eta_2 = -\partial_3(f_5)$$

$$\partial_{17}(f_5) = -(\eta_3 - \eta_8) = -\partial_2(f_5)$$

$$\partial_{19}(f5) = -(\eta6 - \eta1) = -\partial_4(f5)$$

As derivadas parciais para as equações de vínculo geométrico são iguais para os casos de $N = 3$ partículas sem nenhuma ressonância e de $N = 3$ partículas com uma ressonância. Elas são dadas a seguir:

- Para o caso de 3 partículas

$$\partial_1(f1) = \eta9 - \eta4 \qquad \partial_2(f1) = \eta3 - \eta8$$

$$\partial_3(f1) = \eta2 - \eta7 \qquad \partial_4(f1) = \eta6 - \eta1$$

$$\partial_6(f1) = \eta4 - \eta9 = -\partial_1(f1)$$

$$\partial_7(f1) = \eta8 - \eta3 = -\partial_2(f1)$$

$$\partial_8(f1) = \eta7 - \eta2 = -\partial_3(f1)$$

$$\partial_9(f1) = \eta1 - \eta6 = -\partial_4(f1)$$

$$\partial_1(f2) = \eta14 - \eta4 \qquad \partial_2(f2) = \eta3 - \eta13$$

$$\partial_3(f2) = \eta2 - \eta12 \qquad \partial_4(f2) = \eta11 - \eta1$$

$$\partial_{11}(f2) = \eta4 - \eta14 = -\partial_1(f2)$$

$$\partial_{12}(f2) = \eta13 - \eta3 = -\partial_2(f2)$$

$$\partial_{13}(f2) = \eta12 - \eta2 = -\partial_3(f2)$$

$$\partial_{14}(f2) = \eta1 - \eta11 = -\partial_4(f2)$$

$$\partial_1(f3) = -(\eta4 - \eta14) \qquad \partial_2(f3) = \eta3 - \eta8$$

$$\partial_3(f3) = -(\eta12 - \eta2) \qquad \partial_4(f3) = \eta6 - \eta1$$

$$\partial_6(f3) = \eta4 - \eta14 = -\partial_1(f3)$$

$$\partial_8(f3) = \eta12 - \eta2 = -\partial_3(f3)$$

$$\partial_{12}(f3) = -(\eta3 - \eta8) = -\partial_2(f3)$$

$$\partial_{14}(f3) = -(\eta6 - \eta1) = -\partial_4(f3)$$

As derivadas parciais para a equação de vínculo geométrico para o caso de $N = 2$ partículas sem nenhuma ressonância são mostradas a seguir:

- Para o caso de 2 partículas

$$\partial_1(f1) = \eta9 - \eta4 \qquad \partial_2(f1) = \eta3 - \eta8$$

$$\partial_3(f1) = \eta2 - \eta7 \qquad \partial_4(f1) = \eta6 - \eta1$$

$$\partial_6(f1) = \eta4 - \eta9 = -\partial_1(f1)$$

$$\partial_7(f1) = \eta8 - \eta3 = -\partial_2(f1)$$

$$\partial_8(f1) = \eta7 - \eta2 = -\partial_3(f1)$$

$$\partial_9(f1) = \eta1 - \eta6 = -\partial_4(f1)$$

As derivadas parciais para a equação de vínculo de massa invariante da partícula mãe para o caso de $N = 4$ partículas sem nenhuma ressonância são mostradas a seguir:

$$\begin{aligned} \partial_3(f6) = & -\eta5 \eta10 \partial_3(\cos \theta12) - \eta5 \eta15 \partial_3(\cos \theta13) - \\ & \eta5 \eta20 \partial_3(\cos \theta14) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \partial_4(f6) = & -\eta5 \eta10 \partial_4(\cos \theta12) - \eta5 \eta15 \partial_4(\cos \theta13) - \\ & \eta5 \eta20 \partial_4(\cos \theta14) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \partial_8(f6) = & -\eta5 \eta10 \partial_8(\cos \theta12) - \eta10 \eta15 \partial_8(\cos \theta23) - \\ & \eta10 \eta20 \partial_8(\cos \theta24) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \partial_9(f6) = & -\eta5 \eta10 \partial_9(\cos \theta12) - \eta10 \eta15 \partial_9(\cos \theta23) - \\ & \eta10 \eta20 \partial_9(\cos \theta24) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \partial_{13}(f6) = & -\eta5 \eta15 \partial_{13}(\cos \theta13) - \eta10 \eta15 \partial_{13}(\cos \theta23) - \\ & \eta15 \eta20 \partial_{13}(\cos \theta34) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \partial_{14}(f6) = & -\eta5 \eta15 \partial_{14}(\cos \theta13) - \eta10 \eta15 \partial_{14}(\cos \theta23) - \\ & \eta15 \eta20 \partial_{14}(\cos \theta34) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \partial_{18}(f6) &= -\eta_5 \eta_{20} \partial_{18}(\cos \theta_{14}) - \eta_{10} \eta_{20} \partial_{18}(\cos \theta_{24}) - \\ &\eta_{15} \eta_{20} \partial_{18}(\cos \theta_{34}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \partial_{19}(f6) &= -\eta_5 \eta_{20} \partial_{19}(\cos \theta_{14}) - \eta_{10} \eta_{20} \partial_{19}(\cos \theta_{24}) - \\ &\eta_{15} \eta_{20} \partial_{19}(\cos \theta_{34}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \partial_5(f6) &= \partial_5(\sqrt{P_{12}}) + \partial_5(\sqrt{P_{13}}) + \partial_5(\sqrt{P_{14}}) - \\ &\eta_{10} \cos \theta_{12} - \eta_{15} \cos \theta_{13} - \eta_{20} \cos \theta_{14} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \partial_{10}(f6) &= \partial_{10}(\sqrt{P_{12}}) + \partial_{10}(\sqrt{P_{23}}) + \partial_{10}(\sqrt{P_{24}}) - \\ &\eta_5 \cos \theta_{12} - \eta_{15} \cos \theta_{23} - \eta_{20} \cos \theta_{24} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \partial_{15}(f6) &= \partial_{15}(\sqrt{P_{13}}) + \partial_{15}(\sqrt{P_{23}}) + \partial_{15}(\sqrt{P_{34}}) - \\ &\eta_5 \cos \theta_{13} - \eta_{10} \cos \theta_{23} - \eta_{20} \cos \theta_{34} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \partial_{20}(f6) &= \partial_{20}(\sqrt{P_{14}}) + \partial_{20}(\sqrt{P_{24}}) + \partial_{20}(\sqrt{P_{34}}) - \\ &\eta_5 \cos \theta_{14} - \eta_{10} \cos \theta_{24} - \eta_{15} \cos \theta_{34} \end{aligned}$$

As derivadas parciais para a equação de vínculo de massa invariante da partícula mãe e da ressonância para o caso de $N = 4$ partículas com uma ressonância são mostradas a seguir:

$$\partial_3(f6) = -\eta_5 \eta_{15} \partial_3(\cos \theta_{13}) - \eta_5 \eta_{20} \partial_3(\cos \theta_{14})$$

$$\partial_4(f6) = -\eta_5 \eta_{15} \partial_4(\cos \theta_{13}) - \eta_5 \eta_{20} \partial_4(\cos \theta_{14})$$

$$\partial_8(f6) = -\eta_{10} \eta_{15} \partial_8(\cos \theta_{23}) - \eta_{10} \eta_{20} \partial_8(\cos \theta_{24})$$

$$\partial_9(f6) = -\eta_{10} \eta_{15} \partial_9(\cos \theta_{23}) - \eta_{10} \eta_{20} \partial_9(\cos \theta_{24})$$

$$\begin{aligned} \partial_{13}(f6) &= -\eta_5 \eta_{15} \partial_{13}(\cos \theta_{13}) - \eta_{10} \eta_{15} \partial_{13}(\cos \theta_{23}) - \\ &\eta_{15} \eta_{20} \partial_{13}(\cos \theta_{34}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \partial_{14}(f6) &= -\eta_5 \eta_{15} \partial_{14}(\cos \theta_{13}) - \eta_{10} \eta_{15} \partial_{14}(\cos \theta_{23}) - \\ &\eta_{15} \eta_{20} \partial_{14}(\cos \theta_{34}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \partial_{18}(f6) &= -\eta_5 \eta_{20} \partial_{18}(\cos \theta_{14}) - \eta_{10} \eta_{20} \partial_{18}(\cos \theta_{24}) - \\ &\eta_{15} \eta_{20} \partial_{18}(\cos \theta_{34}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\partial_{19}(f6) &= -\eta_5 \eta_{20} \partial_{19}(\cos \theta_{14}) - \eta_{10} \eta_{20} \partial_{19}(\cos \theta_{24}) - \\ &\eta_{15} \eta_{20} \partial_{19}(\cos \theta_{34})\end{aligned}$$

$$\partial_5(f6) = \partial_5(\sqrt{P_{13}}) + \partial_5(\sqrt{P_{14}}) - \eta_{15} \cos \theta_{13} - \eta_{20} \cos \theta_{14}$$

$$\begin{aligned}\partial_{10}(f6) &= \partial_{10}(\sqrt{P_{23}}) + \partial_{10}(\sqrt{P_{24}}) - \eta_{15} \cos \theta_{23} - \\ &\eta_{20} \cos \theta_{24}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\partial_{15}(f6) &= \partial_{15}(\sqrt{P_{13}}) + \partial_{15}(\sqrt{P_{23}}) + \partial_{15}(\sqrt{P_{34}}) - \\ &\eta_5 \cos \theta_{13} - \eta_{10} \cos \theta_{23} - \eta_{20} \cos \theta_{34}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\partial_{20}(f6) &= \partial_{20}(\sqrt{P_{14}}) + \partial_{20}(\sqrt{P_{24}}) + \partial_{20}(\sqrt{P_{34}}) - \\ &\eta_5 \cos \theta_{14} - \eta_{10} \cos \theta_{24} - \eta_{15} \cos \theta_{34}\end{aligned}$$

As derivadas parciais da equação de vínculo de massa invariante da partícula mãe e das ressonâncias para o caso de $N = 4$ partículas com duas ressonâncias são mostradas a seguir:

$$\partial_3(f6) = -\eta_5 \eta_{15} \partial_3(\cos \theta_{13}) - \eta_5 \eta_{20} \partial_3(\cos \theta_{14})$$

$$\partial_4(f6) = -\eta_5 \eta_{15} \partial_4(\cos \theta_{13}) - \eta_5 \eta_{20} \partial_4(\cos \theta_{14})$$

$$\partial_8(f6) = -\eta_{10} \eta_{15} \partial_8(\cos \theta_{23}) - \eta_{10} \eta_{20} \partial_8(\cos \theta_{24})$$

$$\partial_9(f6) = -\eta_{10} \eta_{15} \partial_9(\cos \theta_{23}) - \eta_{10} \eta_{20} \partial_9(\cos \theta_{24})$$

$$\partial_{13}(f6) = -\eta_5 \eta_{15} \partial_{13}(\cos \theta_{13}) - \eta_{10} \eta_{15} \partial_{13}(\cos \theta_{23})$$

$$\partial_{14}(f6) = -\eta_5 \eta_{15} \partial_{14}(\cos \theta_{13}) - \eta_{10} \eta_{15} \partial_{14}(\cos \theta_{23})$$

$$\partial_{18}(f6) = -\eta_5 \eta_{20} \partial_{18}(\cos \theta_{14}) - \eta_{10} \eta_{20} \partial_{18}(\cos \theta_{24})$$

$$\partial_{19}(f6) = -\eta_5 \eta_{20} \partial_{19}(\cos \theta_{14}) - \eta_{10} \eta_{20} \partial_{19}(\cos \theta_{24})$$

$$\partial_5(f6) = \partial_5(\sqrt{P_{13}}) + \partial_5(\sqrt{P_{14}}) - \eta_{15} \cos \theta_{13} - \eta_{20} \cos \theta_{14}$$

$$\begin{aligned}\partial_{10}(f6) &= \partial_{10}(\sqrt{P_{23}}) + \partial_{10}(\sqrt{P_{24}}) - \eta_{15} \cos \theta_{23} - \\ &\eta_{20} \cos \theta_{24}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\partial_{15}(f6) &= \partial_{15}(\sqrt{P_{13}}) + \partial_{15}(\sqrt{P_{23}}) - \eta_5 \cos \theta_{13} - \\ &\eta_{10} \cos \theta_{23}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \partial_{20}(f6) &= \partial_{20}(\sqrt{P14}) + \partial_{20}(\sqrt{P24}) - \eta5 \cos \theta14 - \\ &\eta10 \cos \theta24 \end{aligned}$$

As derivadas parciais para a equação de vínculo de massa invariante da partícula mãe para o caso de $N = 3$ partículas sem nenhuma ressonância são mostradas a seguir:

$$\partial_3(f4) = -\eta5 \eta10 \partial_3(\cos \theta12) - \eta5 \eta15 \partial_3(\cos \theta13)$$

$$\partial_4(f4) = -\eta5 \eta10 \partial_4(\cos \theta12) - \eta5 \eta15 \partial_4(\cos \theta13)$$

$$\partial_8(f4) = -\eta5 \eta10 \partial_8(\cos \theta12) - \eta10 \eta15 \partial_8(\cos \theta23)$$

$$\partial_9(f4) = -\eta5 \eta10 \partial_9(\cos \theta12) - \eta10 \eta15 \partial_9(\cos \theta23)$$

$$\partial_{13}(f4) = -\eta5 \eta15 \partial_{13}(\cos \theta13) - \eta10 \eta15 \partial_{13}(\cos \theta23)$$

$$\partial_{14}(f4) = -\eta5 \eta15 \partial_{14}(\cos \theta13) - \eta10 \eta15 \partial_{14}(\cos \theta23)$$

$$\begin{aligned} \partial_5(f4) &= \partial_5(\sqrt{P12}) + \partial_5(\sqrt{P13}) - \eta10 \cos \theta12 - \\ &\eta15 \cos \theta13 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \partial_{10}(f4) &= \partial_{10}(\sqrt{P12}) + \partial_{10}(\sqrt{P23}) - \eta5 \cos \theta12 - \\ &\eta15 \cos \theta23 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \partial_{15}(f4) &= \partial_{15}(\sqrt{P13}) + \partial_{15}(\sqrt{P23}) - \eta5 \cos \theta13 - \\ &\eta10 \cos \theta23 \end{aligned}$$

As derivadas parciais da equação de vínculo de massa invariante da partícula mãe e da ressonância para o caso de $N = 3$ partículas com uma ressonância são mostradas a seguir:

$$\partial_3(f4) = -\eta5 \eta15 \partial_3(\cos \theta13)$$

$$\partial_4(f4) = -\eta5 \eta15 \partial_4(\cos \theta13)$$

$$\partial_8(f4) = -\eta10 \eta15 \partial_8(\cos \theta23)$$

$$\partial_9(f4) = -\eta10 \eta15 \partial_9(\cos \theta23)$$

$$\partial_{13}(f4) = -\eta_5 \eta_{15} \partial_{13}(\cos \theta_{13}) - \eta_{10} \eta_{15} \partial_{13}(\cos \theta_{23})$$

$$\partial_{14}(f4) = -\eta_5 \eta_{15} \partial_{14}(\cos \theta_{13}) - \eta_{10} \eta_{15} \partial_{14}(\cos \theta_{23})$$

$$\partial_5(f4) = \partial_5(\sqrt{P_{13}}) - \eta_{15} \cos \theta_{13}$$

$$\partial_{10}(f4) = \partial_{10}(\sqrt{P_{23}}) - \eta_{15} \cos \theta_{23}$$

$$\begin{aligned} \partial_{15}(f4) &= \partial_{15}(\sqrt{P_{13}}) + \partial_{15}(\sqrt{P_{23}}) - \eta_5 \cos \theta_{13} - \\ &\eta_{10} \cos \theta_{23} \end{aligned}$$

As derivadas parciais da equação de vínculo de massa invariante da partícula mãe para o caso de $N = 2$ partículas sem nenhuma ressonância são mostradas a seguir:

$$\partial_3(f2) = -\eta_5 \eta_{10} \partial_3(\cos \theta_{12})$$

$$\partial_4(f2) = -\eta_5 \eta_{10} \partial_4(\cos \theta_{12})$$

$$\partial_8(f2) = -\eta_5 \eta_{10} \partial_8(\cos \theta_{12})$$

$$\partial_9(f2) = -\eta_5 \eta_{10} \partial_9(\cos \theta_{12})$$

$$\partial_5(f2) = \partial_5(\sqrt{P_{12}}) - \eta_{10} \cos \theta_{12}$$

$$\partial_{10}(f2) = \partial_{10}(\sqrt{P_{12}}) - \eta_5 \cos \theta_{12}$$

A.3 Fórmulas usadas no método privado *nwcov*

Após a convergência do procedimento, o método privado *itera* devolve um conjunto de L parâmetros melhorados e uma matriz de covariância $L \times L$, onde $L = 5N$ e N é o número de partículas que vão participar do ajuste de vértice. A tarefa do método privado *nwcov* é a de transladar todas estas informações para os 6 parâmetros finais da partícula mãe e para a sua matriz de covariância 6×6 .

O conjunto de 6 parâmetros da partícula mãe é representado por um vetor $x = (x, y, z, x', y', p)$. O jacobiano da transformação entre as variáveis x e η é representado por uma matriz T . Nesta notação, as matrizes de covariância são relacionadas pela seguinte expressão:

$$C_x = TC_\eta T^t$$

Algumas variáveis são introduzidas para simplificar as expressões das derivadas parciais dos 6 parâmetros da partícula mãe. Estas variáveis e suas derivadas parciais são mostradas abaixo:

- Para o caso de 4 partículas

$$pz1 = \frac{\eta_5}{\sqrt{S_{11}}} \quad pz2 = \frac{\eta_{10}}{\sqrt{S_{22}}}$$

$$pz3 = \frac{\eta_{15}}{\sqrt{S_{33}}} \quad pz4 = \frac{\eta_{20}}{\sqrt{S_{44}}}$$

$$s0pz = pz1 + pz2 + pz3 + pz4$$

$$s1pz = \eta_3 pz1 + \eta_8 pz2 + \eta_{13} pz3 + \eta_{18} pz4$$

$$s2pz = \eta_4 pz1 + \eta_9 pz2 + \eta_{14} pz3 + \eta_{19} pz4$$

$$\partial_3(pz1) = -\eta_3 \frac{pz1}{S_{11}} \quad \partial_4(pz1) = -\eta_4 \frac{pz1}{S_{11}}$$

$$\partial_5(pz1) = \frac{1}{\sqrt{S_{11}}} \quad \partial_8(pz2) = -\eta_8 \frac{pz2}{S_{22}}$$

$$\partial_9(pz2) = -\eta_9 \frac{pz2}{S_{22}} \quad \partial_{10}(pz2) = \frac{1}{\sqrt{S_{22}}}$$

$$\partial_{13}(pz3) = -\eta_{13} \frac{pz3}{S_{33}} \quad \partial_{14}(pz3) = -\eta_{14} \frac{pz3}{S_{33}}$$

$$\partial_{15}(pz3) = \frac{1}{\sqrt{S_{33}}} \quad \partial_{18}(pz4) = -\eta_{18} \frac{pz4}{S_{44}}$$

$$\partial_{19}(pz4) = -\eta_{19} \frac{pz4}{S_{44}} \quad \partial_{20}(pz4) = \frac{1}{\sqrt{S_{44}}}$$

- Para o caso de 3 partículas

$$pz1 = \frac{\eta_5}{\sqrt{S_{11}}} \quad pz2 = \frac{\eta_{10}}{\sqrt{S_{22}}} \quad pz3 = \frac{\eta_{15}}{\sqrt{S_{33}}}$$

$$s0pz = pz1 + pz2 + pz3$$

$$s1pz = \eta_3 pz1 + \eta_8 pz2 + \eta_{13} pz3$$

$$s2pz = \eta_4 pz1 + \eta_9 pz2 + \eta_{14} pz3$$

$$\partial_3(pz1) = -\eta_3 \frac{pz1}{S_{11}} \quad \partial_4(pz1) = -\eta_4 \frac{pz1}{S_{11}}$$

$$\begin{aligned}\partial_5(pz1) &= \frac{1}{\sqrt{S11}} & \partial_8(pz2) &= -\eta8 \frac{pz2}{S22} \\ \partial_9(pz2) &= -\eta9 \frac{pz2}{S22} & \partial_{10}(pz2) &= \frac{1}{\sqrt{S22}} \\ \partial_{13}(pz3) &= -\eta13 \frac{pz3}{S33} & \partial_{14}(pz3) &= -\eta14 \frac{pz3}{S33} \\ \partial_{15}(pz3) &= \frac{1}{\sqrt{S33}}\end{aligned}$$

- Para o caso de 2 partículas

$$\begin{aligned}pz1 &= \frac{\eta5}{\sqrt{S11}} & pz2 &= \frac{\eta10}{\sqrt{S22}} \\ s0pz &= pz1 + pz2 & s1pz &= \eta3 pz1 + \eta8 pz2 \\ s2pz &= \eta4 pz1 + \eta9 pz2 \\ \partial_3(pz1) &= -\eta3 \frac{pz1}{S11} & \partial_4(pz1) &= -\eta4 \frac{pz1}{S11} \\ \partial_5(pz1) &= \frac{1}{\sqrt{S11}} & \partial_8(pz2) &= -\eta8 \frac{pz2}{S22} \\ \partial_9(pz2) &= -\eta9 \frac{pz2}{S22} & \partial_{10}(pz2) &= \frac{1}{\sqrt{S22}}\end{aligned}$$

É possível escrever as variáveis x em termos de η :

$$\begin{aligned}x1 &= x = \eta1 + \eta3 \frac{(\eta6-\eta1)}{(\eta3-\eta8)} \\ x2 &= y = \eta2 + \eta4 \frac{(\eta6-\eta1)}{(\eta3-\eta8)} \\ x3 &= z = Z0 + \frac{(\eta6-\eta1)}{(\eta3-\eta8)} \\ x4 &= x' = \frac{s1pz}{s0pz} \\ x5 &= y' = \frac{s2pz}{s0pz} \\ x6 &= p = \sqrt{(s1pz)^2 + (s2pz)^2 + (s0pz)^2}\end{aligned}$$

$Z0$ é a posição z na qual os parâmetros iniciais das partículas e suas matrizes de covariância são obtidos e eles são dados como entrada para o ajuste. As derivadas parciais não nulas que preenchem a matriz T são mostradas a seguir.

- Para o caso de 4 partículas

$$\begin{aligned}
 \partial_1(x1) &= 1 - \frac{\eta^3}{(\eta^3 - \eta^8)} & \partial_3(x1) &= -\eta^8 \frac{(\eta^6 - \eta^1)}{(\eta^3 - \eta^8)^2} \\
 \partial_6(x1) &= \frac{\eta^3}{(\eta^3 - \eta^8)} & \partial_8(x1) &= \eta^3 \frac{(\eta^6 - \eta^1)}{(\eta^3 - \eta^8)^2} \\
 \partial_1(x2) &= -\frac{\eta^4}{(\eta^3 - \eta^8)} & \partial_3(x2) &= -\eta^4 \frac{(\eta^6 - \eta^1)}{(\eta^3 - \eta^8)^2} \\
 \partial_6(x2) &= \frac{\eta^4}{(\eta^3 - \eta^8)} = -\partial_1(x2) & \partial_2(x2) &= 1 \\
 \partial_8(x2) &= \eta^4 \frac{(\eta^6 - \eta^1)}{(\eta^3 - \eta^8)^2} = -\partial_3(x2) & \partial_4(x2) &= \frac{(\eta^6 - \eta^1)}{(\eta^3 - \eta^8)} \\
 \partial_1(x3) &= -\frac{1}{(\eta^3 - \eta^8)} & \partial_3(x3) &= -\frac{(\eta^6 - \eta^1)}{(\eta^3 - \eta^8)^2} \\
 \partial_6(x3) &= \frac{1}{(\eta^3 - \eta^8)} = -\partial_1(x3) \\
 \partial_8(x3) &= \frac{(\eta^6 - \eta^1)}{(\eta^3 - \eta^8)^2} = -\partial_3(x3) \\
 \partial_3(x4) &= \frac{1}{s0pz} [pz1 + \eta^3 \partial_3(pz1) - \frac{s1pz}{s0pz} \partial_3(pz1)] \\
 \partial_4(x4) &= \frac{1}{s0pz} [\eta^3 \partial_4(pz1) - \frac{s1pz}{s0pz} \partial_4(pz1)] \\
 \partial_5(x4) &= \frac{1}{s0pz} [\eta^3 \partial_5(pz1) - \frac{s1pz}{s0pz} \partial_5(pz1)] \\
 \partial_8(x4) &= \frac{1}{s0pz} [pz2 + \eta^8 \partial_8(pz2) - \frac{s1pz}{s0pz} \partial_8(pz2)] \\
 \partial_9(x4) &= \frac{1}{s0pz} [\eta^8 \partial_9(pz2) - \frac{s1pz}{s0pz} \partial_9(pz2)] \\
 \partial_{10}(x4) &= \frac{1}{s0pz} [\eta^8 \partial_{10}(pz2) - \frac{s1pz}{s0pz} \partial_{10}(pz2)] \\
 \partial_{13}(x4) &= \frac{1}{s0pz} [pz3 + \eta^{13} \partial_{13}(pz3) - \frac{s1pz}{s0pz} \partial_{13}(pz3)] \\
 \partial_{14}(x4) &= \frac{1}{s0pz} [\eta^{13} \partial_{14}(pz3) - \frac{s1pz}{s0pz} \partial_{14}(pz3)] \\
 \partial_{15}(x4) &= \frac{1}{s0pz} [\eta^{13} \partial_{15}(pz3) - \frac{s1pz}{s0pz} \partial_{15}(pz3)] \\
 \partial_{18}(x4) &= \frac{1}{s0pz} [pz4 + \eta^{18} \partial_{18}(pz4) - \frac{s1pz}{s0pz} \partial_{18}(pz4)] \\
 \partial_{19}(x4) &= \frac{1}{s0pz} [\eta^{18} \partial_{19}(pz4) - \frac{s1pz}{s0pz} \partial_{19}(pz4)] \\
 \partial_{20}(x4) &= \frac{1}{s0pz} [\eta^{18} \partial_{20}(pz4) - \frac{s1pz}{s0pz} \partial_{20}(pz4)] \\
 \partial_3(x5) &= \frac{1}{s0pz} [\eta^4 \partial_3(pz1) - \frac{s2pz}{s0pz} \partial_3(pz1)]
 \end{aligned}$$

$$\partial_4(x5) = \frac{1}{s0pz} [pz1 + \eta4 \partial_4(pz1) - \frac{s2pz}{s0pz} \partial_4(pz1)]$$

$$\partial_5(x5) = \frac{1}{s0pz} [\eta4 \partial_5(pz1) - \frac{s2pz}{s0pz} \partial_5(pz1)]$$

$$\partial_8(x5) = \frac{1}{s0pz} [\eta9 \partial_8(pz2) - \frac{s2pz}{s0pz} \partial_8(pz2)]$$

$$\partial_9(x5) = \frac{1}{s0pz} [pz2 + \eta9 \partial_9(pz2) - \frac{s2pz}{s0pz} \partial_9(pz2)]$$

$$\partial_{10}(x5) = \frac{1}{s0pz} [\eta9 \partial_{10}(pz2) - \frac{s2pz}{s0pz} \partial_{10}(pz2)]$$

$$\partial_{13}(x5) = \frac{1}{s0pz} [\eta14 \partial_{13}(pz3) - \frac{s2pz}{s0pz} \partial_{13}(pz3)]$$

$$\partial_{14}(x5) = \frac{1}{s0pz} [pz3 + \eta14 \partial_{14}(pz3) - \frac{s2pz}{s0pz} \partial_{14}(pz3)]$$

$$\partial_{15}(x5) = \frac{1}{s0pz} [\eta14 \partial_{15}(pz3) - \frac{s2pz}{s0pz} \partial_{15}(pz3)]$$

$$\partial_{18}(x5) = \frac{1}{s0pz} [\eta19 \partial_{18}(pz4) - \frac{s2pz}{s0pz} \partial_{18}(pz4)]$$

$$\partial_{19}(x5) = \frac{1}{s0pz} [pz4 + \eta19 \partial_{19}(pz4) - \frac{s2pz}{s0pz} \partial_{19}(pz4)]$$

$$\partial_{20}(x5) = \frac{1}{s0pz} [\eta19 \partial_{20}(pz4) - \frac{s2pz}{s0pz} \partial_{20}(pz4)]$$

$$\partial_3(x6) = \frac{1}{x6} \{ s1pz pz1 + \partial_3(pz1)[s0pz + s1pz \eta3 + s2pz \eta4] \}$$

$$\partial_4(x6) = \frac{1}{x6} \{ s2pz pz1 + \partial_4(pz1)[s0pz + s1pz \eta3 + s2pz \eta4] \}$$

$$\partial_5(x6) = \frac{\partial_5(pz1)}{x6} [s0pz + s1pz \eta3 + s2pz \eta4]$$

$$\partial_8(x6) = \frac{1}{x6} \{ s1pz pz2 + \partial_8(pz2)[s0pz + s1pz \eta8 + s2pz \eta9] \}$$

$$\partial_9(x6) = \frac{1}{x6} \{ s2pz pz2 + \partial_9(pz2)[s0pz + s1pz \eta8 + s2pz \eta9] \}$$

$$\partial_{10}(x6) = \frac{\partial_{10}(pz2)}{x6} [s0pz + s1pz \eta8 + s2pz \eta9]$$

$$\partial_{13}(x6) = \frac{1}{x6} \{ s1pz pz3 + \partial_{13}(pz3)[s0pz + s1pz \eta13 + s2pz \eta14] \}$$

$$\partial_{14}(x6) = \frac{1}{x6} \{ s2pz pz3 + \partial_{14}(pz3)[s0pz + s1pz \eta13 + s2pz \eta14] \}$$

$$\partial_{15}(x6) = \frac{\partial_{15}(pz3)}{x6} [s0pz + s1pz \eta13 + s2pz \eta14]$$

$$\partial_{18}(x6) = \frac{1}{x6} \{ s1pz pz4 + \partial_{18}(pz4)[s0pz + s1pz \eta18 + s2pz \eta19] \}$$

$$\partial_{19}(x6) = \frac{1}{x6} \{ s2pz pz4 + \partial_{19}(pz4)[s0pz + s1pz \eta18 + s2pz \eta19] \}$$

$$\partial_{20}(x6) = \frac{\partial_{20}(pz4)}{x6} [s0pz + s1pz \eta18 + s2pz \eta19]$$

• Para o caso de 3 partículas

$$\partial_1(x1) = 1 - \frac{\eta^3}{(\eta^3 - \eta^8)} \quad \partial_3(x1) = -\eta^8 \frac{(\eta^6 - \eta^1)}{(\eta^3 - \eta^8)^2}$$

$$\partial_6(x1) = \frac{\eta^3}{(\eta^3 - \eta^8)} \quad \partial_8(x1) = \eta^3 \frac{(\eta^6 - \eta^1)}{(\eta^3 - \eta^8)^2}$$

$$\partial_1(x2) = -\frac{\eta^4}{(\eta^3 - \eta^8)} \quad \partial_2(x2) = 1$$

$$\partial_3(x2) = -\eta^4 \frac{(\eta^6 - \eta^1)}{(\eta^3 - \eta^8)^2} \quad \partial_4(x2) = \frac{(\eta^6 - \eta^1)}{(\eta^3 - \eta^8)}$$

$$\partial_6(x2) = \frac{\eta^4}{(\eta^3 - \eta^8)} = -\partial_1(x2)$$

$$\partial_8(x2) = \eta^4 \frac{(\eta^6 - \eta^1)}{(\eta^3 - \eta^8)^2} = -\partial_3(x2)$$

$$\partial_1(x3) = -\frac{1}{(\eta^3 - \eta^8)} \quad \partial_3(x3) = -\frac{(\eta^6 - \eta^1)}{(\eta^3 - \eta^8)^2}$$

$$\partial_6(x3) = \frac{1}{(\eta^3 - \eta^8)} = -\partial_1(x3)$$

$$\partial_8(x3) = \frac{(\eta^6 - \eta^1)}{(\eta^3 - \eta^8)^2} = -\partial_3(x3)$$

$$\partial_3(x4) = \frac{1}{s0pz} [pz1 + \eta^3 \partial_3(pz1) - \frac{s1pz}{s0pz} \partial_3(pz1)]$$

$$\partial_4(x4) = \frac{1}{s0pz} [\eta^3 \partial_4(pz1) - \frac{s1pz}{s0pz} \partial_4(pz1)]$$

$$\partial_5(x4) = \frac{1}{s0pz} [\eta^3 \partial_5(pz1) - \frac{s1pz}{s0pz} \partial_5(pz1)]$$

$$\partial_8(x4) = \frac{1}{s0pz} [pz2 + \eta^8 \partial_8(pz2) - \frac{s1pz}{s0pz} \partial_8(pz2)]$$

$$\partial_9(x4) = \frac{1}{s0pz} [\eta^8 \partial_9(pz2) - \frac{s1pz}{s0pz} \partial_9(pz2)]$$

$$\partial_{10}(x4) = \frac{1}{s0pz} [\eta8 \partial_{10}(pz2) - \frac{s1pz}{s0pz} \partial_{10}(pz2)]$$

$$\partial_{13}(x4) = \frac{1}{s0pz} [pz3 + \eta13 \partial_{13}(pz3) - \frac{s1pz}{s0pz} \partial_{13}(pz3)]$$

$$\partial_{14}(x4) = \frac{1}{s0pz} [\eta13 \partial_{14}(pz3) - \frac{s1pz}{s0pz} \partial_{14}(pz3)]$$

$$\partial_{15}(x4) = \frac{1}{s0pz} [\eta13 \partial_{15}(pz3) - \frac{s1pz}{s0pz} \partial_{15}(pz3)]$$

$$\partial_3(x5) = \frac{1}{s0pz} [\eta4 \partial_3(pz1) - \frac{s2pz}{s0pz} \partial_3(pz1)]$$

$$\partial_4(x5) = \frac{1}{s0pz} [pz1 + \eta4 \partial_4(pz1) - \frac{s2pz}{s0pz} \partial_4(pz1)]$$

$$\partial_5(x5) = \frac{1}{s0pz} [\eta4 \partial_5(pz1) - \frac{s2pz}{s0pz} \partial_5(pz1)]$$

$$\partial_8(x5) = \frac{1}{s0pz} [\eta9 \partial_8(pz2) - \frac{s2pz}{s0pz} \partial_8(pz2)]$$

$$\partial_9(x5) = \frac{1}{s0pz} [pz2 + \eta9 \partial_9(pz2) - \frac{s2pz}{s0pz} \partial_9(pz2)]$$

$$\partial_{10}(x5) = \frac{1}{s0pz} [\eta9 \partial_{10}(pz2) - \frac{s2pz}{s0pz} \partial_{10}(pz2)]$$

$$\partial_{13}(x5) = \frac{1}{s0pz} [\eta14 \partial_{13}(pz3) - \frac{s2pz}{s0pz} \partial_{13}(pz3)]$$

$$\partial_{14}(x5) = \frac{1}{s0pz} [pz3 + \eta14 \partial_{14}(pz3) - \frac{s2pz}{s0pz} \partial_{14}(pz3)]$$

$$\partial_{15}(x5) = \frac{1}{s0pz} [\eta14 \partial_{15}(pz3) - \frac{s2pz}{s0pz} \partial_{15}(pz3)]$$

$$\partial_3(x6) = \frac{1}{x6} \{ s1pz pz1 + \partial_3(pz1)[s0pz + s1pz \eta3 + s2pz \eta4] \}$$

$$\partial_4(x6) = \frac{1}{x6} \{ s2pz pz1 + \partial_4(pz1)[s0pz + s1pz \eta3 + s2pz \eta4] \}$$

$$\partial_5(x6) = \frac{\partial_5(pz1)}{x6} [s0pz + s1pz \eta3 + s2pz \eta4]$$

$$\partial_8(x6) = \frac{1}{x6} \{ s1pz pz2 + \partial_8(pz2)[s0pz + s1pz \eta8 + s2pz \eta9] \}$$

$$\partial_9(x6) = \frac{1}{x6} \{ s2pz pz2 + \partial_9(pz2)[s0pz + s1pz \eta8 + s2pz \eta9] \}$$

$$\partial_{10}(x6) = \frac{\partial_{10}(pz2)}{x6} [s0pz + s1pz \eta8 + s2pz \eta9]$$

$$\partial_{13}(x6) = \frac{1}{x6} \{ s1pz pz3 + \partial_{13}(pz3)[s0pz + s1pz \eta13 + s2pz \eta14] \}$$

$$\partial_{14}(x6) = \frac{1}{x6} \{ s2pz pz3 + \partial_{14}(pz3)[s0pz + s1pz \eta13 + s2pz \eta14] \}$$

$$\partial_{15}(x6) = \frac{\partial_{15}(pz3)}{x6} [s0pz + s1pz \eta13 + s2pz \eta14]$$

- Para o caso de 2 partículas

$$\partial_1(x1) = 1 - \frac{\eta3}{(\eta3-\eta8)} \quad \partial_3(x1) = -\eta8 \frac{(\eta6-\eta1)}{(\eta3-\eta8)^2}$$

$$\partial_6(x1) = \frac{\eta3}{(\eta3-\eta8)} \quad \partial_8(x1) = \eta3 \frac{(\eta6-\eta1)}{(\eta3-\eta8)^2}$$

$$\partial_1(x2) = -\frac{\eta4}{(\eta3-\eta8)} \quad \partial_2(x2) = 1$$

$$\partial_3(x2) = -\eta4 \frac{(\eta6-\eta1)}{(\eta3-\eta8)^2} \quad \partial_4(x2) = \frac{(\eta6-\eta1)}{(\eta3-\eta8)}$$

$$\partial_6(x2) = \frac{\eta4}{(\eta3-\eta8)} = -\partial_1(x2)$$

$$\partial_8(x2) = \eta4 \frac{(\eta6-\eta1)}{(\eta3-\eta8)^2} = -\partial_3(x2)$$

$$\partial_1(x3) = -\frac{1}{(\eta3-\eta8)} \quad \partial_3(x3) = -\frac{(\eta6-\eta1)}{(\eta3-\eta8)^2}$$

$$\partial_6(x3) = \frac{1}{(\eta3-\eta8)} = -\partial_1(x3)$$

$$\partial_8(x3) = \frac{(\eta6-\eta1)}{(\eta3-\eta8)^2} = -\partial_3(x3)$$

$$\partial_3(x4) = \frac{1}{s0pz} [pz1 + \eta3 \partial_3(pz1) - \frac{s1pz}{s0pz} \partial_3(pz1)]$$

$$\partial_4(x4) = \frac{1}{s0pz} [\eta3 \partial_4(pz1) - \frac{s1pz}{s0pz} \partial_4(pz1)]$$

$$\partial_5(x4) = \frac{1}{s0pz} [\eta3 \partial_5(pz1) - \frac{s1pz}{s0pz} \partial_5(pz1)]$$

$$\partial_8(x4) = \frac{1}{s0pz} [pz2 + \eta8 \partial_8(pz2) - \frac{s1pz}{s0pz} \partial_8(pz2)]$$

$$\partial_9(x4) = \frac{1}{s0pz} [\eta8 \partial_9(pz2) - \frac{s1pz}{s0pz} \partial_9(pz2)]$$

$$\partial_{10}(x4) = \frac{1}{s0pz} [\eta8 \partial_{10}(pz2) - \frac{s1pz}{s0pz} \partial_{10}(pz2)]$$

$$\partial_3(x5) = \frac{1}{s0pz} [\eta4 \partial_3(pz1) - \frac{s2pz}{s0pz} \partial_3(pz1)]$$

$$\partial_4(x5) = \frac{1}{s0pz} [pz1 + \eta4 \partial_4(pz1) - \frac{s2pz}{s0pz} \partial_4(pz1)]$$

$$\partial_5(x5) = \frac{1}{s0pz} [\eta4 \partial_5(pz1) - \frac{s2pz}{s0pz} \partial_5(pz1)]$$

$$\partial_8(x5) = \frac{1}{s0pz} [\eta9 \partial_8(pz2) - \frac{s2pz}{s0pz} \partial_8(pz2)]$$

$$\partial_9(x5) = \frac{1}{s0pz} [pz2 + \eta9 \partial_9(pz2) - \frac{s2pz}{s0pz} \partial_9(pz2)]$$

$$\partial_{10}(x5) = \frac{1}{s0pz} [\eta9 \partial_{10}(pz2) - \frac{s2pz}{s0pz} \partial_{10}(pz2)]$$

$$\partial_3(x6) = \frac{1}{x6} \{ s1pz pz1 + \partial_3(pz1)[s0pz + s1pz \eta3 + s2pz \eta4] \}$$

$$\partial_4(x6) = \frac{1}{x6} \{ s2pz pz1 + \partial_4(pz1)[s0pz + s1pz \eta3 + s2pz \eta4] \}$$

$$\partial_5(x6) = \frac{\partial_5(pz1)}{x6} [s0pz + s1pz \eta3 + s2pz \eta4]$$

$$\partial_8(x6) = \frac{1}{x6} \{ s1pz pz2 + \partial_8(pz2)[s0pz + s1pz \eta8 + s2pz \eta9] \}$$

$$\partial_9(x6) = \frac{1}{x6} \{ s2pz pz2 + \partial_9(pz2)[s0pz + s1pz \eta8 + s2pz \eta9] \}$$

$$\partial_{10}(x6) = \frac{\partial_{10}(pz2)}{x6} [s0pz + s1pz \eta8 + s2pz \eta9]$$

Apêndice B

LagrangeGeomVertexFitter

B.1 Fórmulas e derivadas parciais da ferramenta de reconstrução de vértices *LagrangeGeomVertexFitter*

O conjunto de medidas y será construído com a colocação consecutiva de N conjuntos de parâmetros de partículas, obtidos na mesma posição z (Z_0).

Numa notação óbvia, para o caso de $N = 4$ partículas:

$$y = (x_1, y_1, x_1', y_1', p_1, x_2, y_2, x_2', y_2', p_2, x_3, y_3, x_3', y_3', p_3, x_4, y_4, x_4', y_4', p_4)$$

Para o caso de $N = 3$ partículas:

$$y = (x_1, y_1, x_1', y_1', p_1, x_2, y_2, x_2', y_2', p_2, x_3, y_3, x_3', y_3', p_3)$$

Para o caso de $N = 2$ partículas:

$$y = (x_1, y_1, x_1', y_1', p_1, x_2, y_2, x_2', y_2', p_2)$$

onde cada índice indica uma das partículas filhas usadas no ajuste de vértice. As variáveis x e y são as posições x e y das partículas filhas, as variáveis x' e y' são as derivadas de x e y em relação a z das partículas filhas, respectivamente, e as variáveis p são os momentos das partículas filhas.

A matriz de covariância C_y é construída da mesma maneira e tem a forma de blocos em diagonal.

Todas as equações de vínculo para o caso de $N = 4$ partículas usarão a seguinte notação:

$$\begin{aligned}
x_1 &= \eta_1 & x_2 &= \eta_6 & x_3 &= \eta_{11} & x_4 &= \eta_{16} \\
y_1 &= \eta_2 & y_2 &= \eta_7 & y_3 &= \eta_{12} & y_4 &= \eta_{17} \\
x_1' &= \eta_3 & x_2' &= \eta_8 & x_3' &= \eta_{13} & x_4' &= \eta_{18} \\
y_1' &= \eta_4 & y_2' &= \eta_9 & y_3' &= \eta_{14} & y_4' &= \eta_{19} \\
p_1 &= \eta_5 & p_2 &= \eta_{10} & p_3 &= \eta_{15} & p_4 &= \eta_{20}
\end{aligned}$$

O vínculo que exige que as 4 partículas tenham um ponto comum no espaço (geométrico) pode ser escrito através das seguintes equações:

$$\begin{aligned}
(\eta_6 - \eta_1)(\eta_4 - \eta_9) - (\eta_7 - \eta_2)(\eta_3 - \eta_8) &= 0 \\
(\eta_{11} - \eta_1)(\eta_4 - \eta_{14}) - (\eta_{12} - \eta_2)(\eta_3 - \eta_{13}) &= 0 \\
(\eta_{16} - \eta_1)(\eta_4 - \eta_{19}) - (\eta_{17} - \eta_2)(\eta_3 - \eta_{18}) &= 0 \\
(\eta_6 - \eta_1)(\eta_4 - \eta_{14}) - (\eta_{12} - \eta_2)(\eta_3 - \eta_8) &= 0 \\
(\eta_6 - \eta_1)(\eta_4 - \eta_{19}) - (\eta_{17} - \eta_2)(\eta_3 - \eta_8) &= 0
\end{aligned}$$

Todas as equações de vínculo para o caso de $N = 3$ partículas usarão a seguinte notação:

$$\begin{aligned}
x_1 &= \eta_1 & x_2 &= \eta_6 & x_3 &= \eta_{11} \\
y_1 &= \eta_2 & y_2 &= \eta_7 & y_3 &= \eta_{12} \\
x_1' &= \eta_3 & x_2' &= \eta_8 & x_3' &= \eta_{13} \\
y_1' &= \eta_4 & y_2' &= \eta_9 & y_3' &= \eta_{14} \\
p_1 &= \eta_5 & p_2 &= \eta_{10} & p_3 &= \eta_{15}
\end{aligned}$$

O vínculo que exige que as 3 partículas tenham um ponto comum no espaço (geométrico) pode ser escrito através das seguintes equações:

$$\begin{aligned}
(\eta_6 - \eta_1)(\eta_4 - \eta_9) - (\eta_7 - \eta_2)(\eta_3 - \eta_8) &= 0 \\
(\eta_{11} - \eta_1)(\eta_4 - \eta_{14}) - (\eta_{12} - \eta_2)(\eta_3 - \eta_{13}) &= 0 \\
(\eta_6 - \eta_1)(\eta_4 - \eta_{14}) - (\eta_{12} - \eta_2)(\eta_3 - \eta_8) &= 0
\end{aligned}$$

Todas as equações de vínculo para o caso de $N = 2$ partículas usarão a seguinte notação:

$$\begin{aligned}
x_1 &= \eta_1 & x_2 &= \eta_6 \\
y_1 &= \eta_2 & y_2 &= \eta_7 \\
x_1' &= \eta_3 & x_2' &= \eta_8 \\
y_1' &= \eta_4 & y_2' &= \eta_9 \\
p_1 &= \eta_5 & p_2 &= \eta_{10}
\end{aligned}$$

O vínculo que exige que as 2 partículas tenham um ponto comum no espaço (geométrico) pode ser escrito através da seguinte equação:

$$(\eta_6 - \eta_1)(\eta_4 - \eta_9) - (\eta_7 - \eta_2)(\eta_3 - \eta_8) = 0$$

Para o caso de $N = 4$ partículas, elas podem vir de duas ressonâncias ou duas delas podem vir de uma ressonância.

O vínculo que exige que duas partículas adicionadas façam uma ressonância de massa invariante M_1 (massa invariante) e que as outras duas partículas adicionadas façam uma ressonância de massa invariante M_2 (massa invariante), pode ser escrito da seguinte maneira:

$$M_1^2 = (p_1 + p_2)^2$$

$$M_2^2 = (p_3 + p_4)^2$$

onde M_1 e M_2 são as massas das ressonâncias.

Estas equações podem ser escritas como:

$$\sqrt{[(\eta_5)^2 + (m_1)^2]} \sqrt{[(\eta_{10})^2 + (m_2)^2]} - \eta_5 \eta_{10} \cos \theta_{12} - \beta_1 = 0$$

$$\sqrt{[(\eta_{15})^2 + (m_3)^2]} \sqrt{[(\eta_{20})^2 + (m_4)^2]} - \eta_{15} \eta_{20} \cos \theta_{34}$$

$$- \beta_2 = 0$$

onde m_1 e m_2 são as massas das filhas da ressonância de massa M_1 , m_3 e m_4 são as massas das filhas da ressonância de massa M_2 , e:

$$\beta_1 = \frac{1}{2}[M_1^2 - (m_1)^2 - (m_2)^2]$$

$$\beta_2 = \frac{1}{2}[M_2^2 - (m_3)^2 - (m_4)^2]$$

$$\cos \theta_{12} = \frac{[\eta_3\eta_8 + \eta_4\eta_9 + 1]}{\sqrt{(\eta_3)^2 + (\eta_4)^2 + 1}\sqrt{(\eta_8)^2 + (\eta_9)^2 + 1}} = \frac{S_{12}}{\sqrt{S_{11} S_{22}}}$$

$$\cos \theta_{34} = \frac{[\eta_{13}\eta_{18} + \eta_{14}\eta_{19} + 1]}{\sqrt{(\eta_{13})^2 + (\eta_{14})^2 + 1}\sqrt{(\eta_{18})^2 + (\eta_{19})^2 + 1}} = \frac{S_{34}}{\sqrt{S_{33} S_{44}}}$$

$$S_{12} = \eta_3\eta_8 + \eta_4\eta_9 + 1$$

$$S_{34} = \eta_{13}\eta_{18} + \eta_{14}\eta_{19} + 1$$

$$S_{11} = (\eta_3)^2 + (\eta_4)^2 + 1 \quad S_{22} = (\eta_8)^2 + (\eta_9)^2 + 1$$

$$S_{33} = (\eta_{13})^2 + (\eta_{14})^2 + 1 \quad S_{44} = (\eta_{18})^2 + (\eta_{19})^2 + 1$$

O vínculo que exige que duas partículas adicionadas façam uma ressonância de massa invariante $M1$ (massa invariante), pode ser escrito da seguinte maneira:

$$M1^2 = (p1 + p2)^2$$

onde $M1$ é a massa da ressonância.

Esta equação pode ser escrita como:

$$\sqrt{[(\eta_5)^2 + (m1)^2]} \sqrt{[(\eta_{10})^2 + (m2)^2]} - \eta_5\eta_{10} \cos \theta_{12} - \beta = 0$$

onde $m1$ e $m2$ são as massas das filhas da ressonância de massa $M1$ e:

$$\beta = \frac{1}{2}[M1^2 - (m1)^2 - (m2)^2]$$

Os termos de cosseno necessários estão definidos no caso de $N = 4$ partículas com duas ressonâncias.

Para o caso de $N = 3$ partículas, duas delas podem vir de uma ressonância. Neste caso, o vínculo de massa invariante da ressonância pode ser levado em consideração.

O vínculo que exige que duas partículas adicionadas façam uma ressonância de massa invariante $M1$ (massa invariante) pode ser escrito da seguinte maneira:

$$M1^2 = (p1 + p2)^2$$

onde $M1$ é a massa da ressonância.

Esta equação pode ser escrita como:

$$\sqrt{[(\eta_5)^2 + (m_1)^2][(\eta_{10})^2 + (m_2)^2]} - \eta_5 \eta_{10} \cos \theta_{12} - \beta = 0$$

onde m_1 e m_2 são as massas das filhas da ressonância e:

$$\beta = \frac{1}{2}[M1^2 - (m_1)^2 - (m_2)^2]$$

Os termos de cosseno necessários são definidos no caso de $N = 4$ partículas com duas ressonâncias.

Após a identificação das equações de vínculo para cada caso considerado, a implementação do ajuste num programa é somente uma questão de calcular várias derivadas parciais e inverter matrizes.

Nas próximas seções deste apêndice, serão registradas todas as equações usadas no código em C++ da ferramenta de reconstrução de vértice *LagrangeGeomVertexFitter*, criada para fazer o ajuste somente com vínculo geométrico ou com vínculo geométrico e vínculo de massa invariante para as filhas ressonâncias. Nelas, serão encontradas as derivadas parciais e as fórmulas usadas nos métodos privados *itera* e *nwcov* desta ferramenta, onde o pacote padrão *CLHEP* foi usado para multiplicação e inversão de matrizes.

B.2 Fórmulas usadas no método privado *itera*

Para obter a matriz B , cujos elementos são dados por $B_{kl} = \left(\frac{\delta f_k}{\delta \eta_l} \right)_{\eta_0}$, é necessário calcular as derivadas parciais das equações de vínculo. Para fazer isso, algumas variáveis e expressões intermediárias serão usadas para simplificar a notação. Elas estão listadas a seguir:

$$P12 = [(\eta_5)^2 + (m_1)^2][(\eta_{10})^2 + (m_2)^2]$$

$$P34 = [(\eta_{15})^2 + (m_3)^2][(\eta_{20})^2 + (m_4)^2]$$

$$S34 = \eta_{13}\eta_{18} + \eta_{14}\eta_{19} + 1 \quad S12 = \eta_3\eta_8 + \eta_4\eta_9 + 1$$

$$S11 = (\eta_3)^2 + (\eta_4)^2 + 1 \quad S22 = (\eta_8)^2 + (\eta_9)^2 + 1$$

$$S33 = (\eta13)^2 + (\eta14)^2 + 1 \quad S44 = (\eta18)^2 + (\eta19)^2 + 1$$

$$\cos \theta12 = \frac{S12}{\sqrt{S11 S22}} \quad \cos \theta34 = \frac{S34}{\sqrt{S33 S44}}$$

$$\partial_5(\sqrt{P12}) = \eta5 \sqrt{\frac{(\eta10)^2 + (m2)^2}{(\eta5)^2 + (m1)^2}}$$

$$\partial_{10}(\sqrt{P12}) = \eta10 \sqrt{\frac{(\eta5)^2 + (m1)^2}{(\eta10)^2 + (m2)^2}}$$

$$\partial_{15}(\sqrt{P34}) = \eta15 \sqrt{\frac{(\eta20)^2 + (m4)^2}{(\eta15)^2 + (m3)^2}}$$

$$\partial_{20}(\sqrt{P34}) = \eta20 \sqrt{\frac{(\eta15)^2 + (m3)^2}{(\eta20)^2 + (m4)^2}}$$

$$\partial_3(\cos \theta12) = \frac{\eta8 - \eta3 \frac{S12}{S11}}{\sqrt{S11 S22}} \quad \partial_4(\cos \theta12) = \frac{\eta9 - \eta4 \frac{S12}{S11}}{\sqrt{S11 S22}}$$

$$\partial_8(\cos \theta12) = \frac{\eta3 - \eta8 \frac{S12}{S22}}{\sqrt{S11 S22}} \quad \partial_9(\cos \theta12) = \frac{\eta4 - \eta9 \frac{S12}{S22}}{\sqrt{S11 S22}}$$

$$\partial_{13}(\cos \theta34) = \frac{\eta18 - \eta13 \frac{S34}{S33}}{\sqrt{S33 S44}}$$

$$\partial_{14}(\cos \theta34) = \frac{\eta19 - \eta14 \frac{S34}{S33}}{\sqrt{S33 S44}}$$

$$\partial_{18}(\cos \theta34) = \frac{\eta13 - \eta18 \frac{S34}{S44}}{\sqrt{S33 S44}}$$

$$\partial_{19}(\cos \theta34) = \frac{\eta14 - \eta19 \frac{S34}{S44}}{\sqrt{S33 S44}}$$

As equações de vínculo podem ser reescritas da seguinte maneira:

- Para o caso de 4 partículas sem nenhuma ressonância

$$f1(\eta) = (\eta6 - \eta1)(\eta4 - \eta9) - (\eta7 - \eta2)(\eta3 - \eta8) = 0$$

$$f2(\eta) = (\eta11 - \eta1)(\eta4 - \eta14) - (\eta12 - \eta2)(\eta3 - \eta13) = 0$$

$$f3(\eta) = (\eta16 - \eta1)(\eta4 - \eta19) - (\eta17 - \eta2)(\eta3 - \eta18) = 0$$

$$f4(\eta) = (\eta6 - \eta1)(\eta4 - \eta14) - (\eta12 - \eta2)(\eta3 - \eta8) = 0$$

$$f5(\eta) = (\eta6 - \eta1)(\eta4 - \eta19) - (\eta17 - \eta2)(\eta3 - \eta8) = 0$$

- Para o caso de 4 partículas com uma ressonância

$$f1(\eta) = (\eta6 - \eta1)(\eta4 - \eta9) - (\eta7 - \eta2)(\eta3 - \eta8) = 0$$

$$f2(\eta) = (\eta11 - \eta1)(\eta4 - \eta14) - (\eta12 - \eta2)(\eta3 - \eta13) = 0$$

$$f3(\eta) = (\eta_{16} - \eta_1)(\eta_4 - \eta_{19}) - (\eta_{17} - \eta_2)(\eta_3 - \eta_{18}) = 0$$

$$f4(\eta) = (\eta_6 - \eta_1)(\eta_4 - \eta_{14}) - (\eta_{12} - \eta_2)(\eta_3 - \eta_8) = 0$$

$$f5(\eta) = (\eta_6 - \eta_1)(\eta_4 - \eta_{19}) - (\eta_{17} - \eta_2)(\eta_3 - \eta_8) = 0$$

$$f6(\eta) = \sqrt{P_{12}} - \eta_5 \eta_{10} \cos \theta_{12} - \beta = 0$$

$$\beta = \frac{1}{2}[M_1^2 - m_1^2 - m_2^2]$$

- Para o caso de 4 partículas com duas ressonâncias

$$f1(\eta) = (\eta_6 - \eta_1)(\eta_4 - \eta_9) - (\eta_7 - \eta_2)(\eta_3 - \eta_8) = 0$$

$$f2(\eta) = (\eta_{11} - \eta_1)(\eta_4 - \eta_{14}) - (\eta_{12} - \eta_2)(\eta_3 - \eta_{13}) = 0$$

$$f3(\eta) = (\eta_{16} - \eta_1)(\eta_4 - \eta_{19}) - (\eta_{17} - \eta_2)(\eta_3 - \eta_{18}) = 0$$

$$f4(\eta) = (\eta_6 - \eta_1)(\eta_4 - \eta_{14}) - (\eta_{12} - \eta_2)(\eta_3 - \eta_8) = 0$$

$$f5(\eta) = (\eta_6 - \eta_1)(\eta_4 - \eta_{19}) - (\eta_{17} - \eta_2)(\eta_3 - \eta_8) = 0$$

$$f6(\eta) = \sqrt{P_{12}} - \eta_5 \eta_{10} \cos \theta_{12} - \beta_1 = 0$$

$$f7(\eta) = \sqrt{P_{34}} - \eta_{15} \eta_{20} \cos \theta_{34} - \beta_2 = 0$$

$$\beta_1 = \frac{1}{2}[M_1^2 - m_1^2 - m_2^2]$$

$$\beta_2 = \frac{1}{2}[M_2^2 - m_3^2 - m_4^2]$$

- Para o caso de 3 partículas sem nenhuma ressonância

$$f1(\eta) = (\eta_6 - \eta_1)(\eta_4 - \eta_9) - (\eta_7 - \eta_2)(\eta_3 - \eta_8) = 0$$

$$f2(\eta) = (\eta_{11} - \eta_1)(\eta_4 - \eta_{14}) - (\eta_{12} - \eta_2)(\eta_3 - \eta_{13}) = 0$$

$$f3(\eta) = (\eta_6 - \eta_1)(\eta_4 - \eta_{14}) - (\eta_{12} - \eta_2)(\eta_3 - \eta_8) = 0$$

- Para o caso de 3 partículas com uma ressonância

$$f1(\eta) = (\eta_6 - \eta_1)(\eta_4 - \eta_9) - (\eta_7 - \eta_2)(\eta_3 - \eta_8) = 0$$

$$f2(\eta) = (\eta_{11} - \eta_1)(\eta_4 - \eta_{14}) - (\eta_{12} - \eta_2)(\eta_3 - \eta_{13}) = 0$$

$$f3(\eta) = (\eta_6 - \eta_1)(\eta_4 - \eta_{14}) - (\eta_{12} - \eta_2)(\eta_3 - \eta_8) = 0$$

$$f4(\eta) = \sqrt{P_{12}} - \eta_5 \eta_{10} \cos \theta_{12} - \beta = 0$$

$$\beta = \frac{1}{2}[M_1^2 - m_1^2 - m_2^2]$$

- Para o caso de 2 partículas sem nenhuma ressonância

$$f1(\eta) = (\eta6 - \eta1)(\eta4 - \eta9) - (\eta7 - \eta2)(\eta3 - \eta8) = 0$$

As derivadas parciais para as equações de vínculo estão listadas a seguir para cada caso considerado anteriormente.

As derivadas parciais para as equações de vínculo geométrico são iguais para os casos de $N = 4$ partículas sem nenhuma ressonância, de $N = 4$ partículas com uma ressonância e de $N = 4$ partículas com duas ressonâncias. Elas são mostradas a seguir:

- Para o caso de 4 partículas

$$\partial_1(f1) = \eta9 - \eta4 \qquad \partial_2(f1) = \eta3 - \eta8$$

$$\partial_3(f1) = \eta2 - \eta7 \qquad \partial_4(f1) = \eta6 - \eta1$$

$$\partial_6(f1) = \eta4 - \eta9 = -\partial_1(f1)$$

$$\partial_7(f1) = \eta8 - \eta3 = -\partial_2(f1)$$

$$\partial_8(f1) = \eta7 - \eta2 = -\partial_3(f1)$$

$$\partial_9(f1) = \eta1 - \eta6 = -\partial_4(f1)$$

$$\partial_1(f2) = \eta14 - \eta4 \qquad \partial_2(f2) = \eta3 - \eta13$$

$$\partial_3(f2) = \eta2 - \eta12 \qquad \partial_4(f2) = \eta11 - \eta1$$

$$\partial_{11}(f2) = \eta4 - \eta14 = -\partial_1(f2)$$

$$\partial_{12}(f2) = \eta13 - \eta3 = -\partial_2(f2)$$

$$\partial_{13}(f2) = \eta12 - \eta2 = -\partial_3(f2)$$

$$\partial_{14}(f2) = \eta1 - \eta11 = -\partial_4(f2)$$

$$\partial_1(f3) = \eta19 - \eta4 \qquad \partial_2(f3) = \eta3 - \eta18$$

$$\partial_3(f3) = \eta2 - \eta17 \qquad \partial_4(f3) = \eta16 - \eta1$$

$$\partial_{16}(f3) = \eta4 - \eta19 = -\partial_1(f3)$$

$$\partial_{17}(f3) = \eta18 - \eta3 = -\partial_2(f3)$$

$$\partial_{18}(f3) = \eta17 - \eta2 = -\partial_3(f3)$$

$$\partial_{19}(f3) = \eta1 - \eta16 = -\partial_4(f3)$$

$$\partial_1(f4) = -(\eta4 - \eta14)$$

$$\partial_2(f4) = \eta3 - \eta8$$

$$\partial_3(f4) = -(\eta12 - \eta2)$$

$$\partial_4(f4) = \eta6 - \eta1$$

$$\partial_6(f4) = \eta4 - \eta14 = -\partial_1(f4)$$

$$\partial_8(f4) = \eta12 - \eta2 = -\partial_3(f4)$$

$$\partial_{12}(f4) = -(\eta3 - \eta8) = -\partial_2(f4)$$

$$\partial_{14}(f4) = -(\eta6 - \eta1) = -\partial_4(f4)$$

$$\partial_1(f5) = -(\eta4 - \eta19)$$

$$\partial_2(f5) = \eta3 - \eta8$$

$$\partial_3(f5) = -(\eta17 - \eta2)$$

$$\partial_4(f5) = \eta6 - \eta1$$

$$\partial_6(f5) = \eta4 - \eta19 = -\partial_1(f5)$$

$$\partial_8(f5) = \eta17 - \eta2 = -\partial_3(f5)$$

$$\partial_{17}(f5) = -(\eta3 - \eta8) = -\partial_2(f5)$$

$$\partial_{19}(f5) = -(\eta6 - \eta1) = -\partial_4(f5)$$

As derivadas parciais para as equações de vínculo geométrico são iguais para os casos de $N = 3$ partículas sem nenhuma ressonância e de $N = 3$ partículas com uma ressonância. Elas são mostradas a seguir:

- Para o caso de 3 partículas

$$\partial_1(f1) = \eta9 - \eta4$$

$$\partial_2(f1) = \eta3 - \eta8$$

$$\partial_3(f1) = \eta2 - \eta7$$

$$\partial_4(f1) = \eta6 - \eta1$$

$$\partial_6(f1) = \eta4 - \eta9 = -\partial_1(f1)$$

$$\partial_7(f1) = \eta8 - \eta3 = -\partial_2(f1)$$

$$\partial_8(f1) = \eta7 - \eta2 = -\partial_3(f1)$$

$$\partial_9(f1) = \eta1 - \eta6 = -\partial_4(f1)$$

$$\partial_1(f2) = \eta14 - \eta4$$

$$\partial_2(f2) = \eta3 - \eta13$$

$$\partial_3(f2) = \eta2 - \eta12$$

$$\partial_4(f2) = \eta11 - \eta1$$

$$\partial_{11}(f2) = \eta4 - \eta14 = -\partial_1(f2)$$

$$\partial_{12}(f2) = \eta13 - \eta3 = -\partial_2(f2)$$

$$\partial_{13}(f2) = \eta12 - \eta2 = -\partial_3(f2)$$

$$\partial_{14}(f2) = \eta1 - \eta11 = -\partial_4(f2)$$

$$\partial_1(f3) = -(\eta4 - \eta14)$$

$$\partial_2(f3) = \eta3 - \eta8$$

$$\partial_3(f3) = -(\eta12 - \eta2)$$

$$\partial_4(f3) = \eta6 - \eta1$$

$$\partial_6(f3) = \eta4 - \eta14 = -\partial_1(f3)$$

$$\partial_8(f3) = \eta12 - \eta2 = -\partial_3(f3)$$

$$\partial_{12}(f3) = -(\eta3 - \eta8) = -\partial_2(f3)$$

$$\partial_{14}(f3) = -(\eta6 - \eta1) = -\partial_4(f3)$$

As derivadas parciais para a equação de vínculo geométrico para o caso de $N = 2$ partículas sem nenhuma ressonância são mostradas a seguir:

- Para o caso de 2 partículas

$$\partial_1(f1) = \eta9 - \eta4$$

$$\partial_2(f1) = \eta3 - \eta8$$

$$\partial_3(f1) = \eta2 - \eta7$$

$$\partial_4(f1) = \eta6 - \eta1$$

$$\partial_6(f1) = \eta4 - \eta9 = -\partial_1(f1)$$

$$\partial_7(f1) = \eta_8 - \eta_3 = -\partial_2(f1)$$

$$\partial_8(f1) = \eta_7 - \eta_2 = -\partial_3(f1)$$

$$\partial_9(f1) = \eta_1 - \eta_6 = -\partial_4(f1)$$

As derivadas parciais para a equação de vínculo de massa invariante da ressonância para o caso de $N = 4$ partículas com uma ressonância são mostradas a seguir:

$$\partial_3(f6) = -\eta_5 \eta_{10} \partial_3(\cos \theta_{12})$$

$$\partial_4(f6) = -\eta_5 \eta_{10} \partial_4(\cos \theta_{12})$$

$$\partial_8(f6) = -\eta_5 \eta_{10} \partial_8(\cos \theta_{12})$$

$$\partial_9(f6) = -\eta_5 \eta_{10} \partial_9(\cos \theta_{12})$$

$$\partial_5(f6) = \partial_5(\sqrt{P_{12}}) - \eta_{10} \cos \theta_{12}$$

$$\partial_{10}(f6) = \partial_{10}(\sqrt{P_{12}}) - \eta_5 \cos \theta_{12}$$

As derivadas parciais para as equações de vínculo de massa invariante das ressonâncias para o caso de $N = 4$ partículas com duas ressonâncias são mostradas a seguir:

$$\partial_3(f6) = -\eta_5 \eta_{10} \partial_3(\cos \theta_{12})$$

$$\partial_4(f6) = -\eta_5 \eta_{10} \partial_4(\cos \theta_{12})$$

$$\partial_8(f6) = -\eta_5 \eta_{10} \partial_8(\cos \theta_{12})$$

$$\partial_9(f6) = -\eta_5 \eta_{10} \partial_9(\cos \theta_{12})$$

$$\partial_5(f6) = \partial_5(\sqrt{P_{12}}) - \eta_{10} \cos \theta_{12}$$

$$\partial_{10}(f6) = \partial_{10}(\sqrt{P_{12}}) - \eta_5 \cos \theta_{12}$$

$$\partial_{13}(f7) = -\eta_{15} \eta_{20} \partial_{13}(\cos \theta_{34})$$

$$\partial_{14}(f7) = -\eta_{15} \eta_{20} \partial_{14}(\cos \theta_{34})$$

$$\partial_{18}(f7) = -\eta_{15} \eta_{20} \partial_{18}(\cos \theta_{34})$$

$$\partial_{19}(f7) = -\eta_{15} \eta_{20} \partial_{19}(\cos \theta_{34})$$

$$\partial_{15}(f7) = \partial_{15}(\sqrt{P_{34}}) - \eta_{20} \cos \theta_{34}$$

$$\partial_{20}(f7) = \partial_{20}(\sqrt{P_{34}}) - \eta_{15} \cos \theta_{34}$$

As derivadas parciais para a equação de vínculo de massa invariante da ressonância para o caso de $N = 3$ partículas com uma ressonância são mostradas a seguir:

$$\partial_3(f4) = -\eta_5 \eta_{10} \partial_3(\cos \theta_{12})$$

$$\partial_4(f4) = -\eta_5 \eta_{10} \partial_4(\cos \theta_{12})$$

$$\partial_8(f4) = -\eta_5 \eta_{10} \partial_8(\cos \theta_{12})$$

$$\partial_9(f4) = -\eta_5 \eta_{10} \partial_9(\cos \theta_{12})$$

$$\partial_5(f4) = \partial_5(\sqrt{P_{12}}) - \eta_{10} \cos \theta_{12}$$

$$\partial_{10}(f4) = \partial_{10}(\sqrt{P_{12}}) - \eta_5 \cos \theta_{12}$$

B.3 Fórmulas usadas no método privado *nwcov*

Após a convergência do procedimento do ajuste, o método privado *itera* devolve um conjunto de L parâmetros melhorados e uma matriz de covariância $L \times L$, onde $L = 5N$ e N é o número de partículas que vão participar do ajuste de vértice. A tarefa do método privado *nwcov* é a de transladar tudo isso para os 6 parâmetros finais da partícula mãe e para a sua matriz de covariância 6×6 .

O conjunto de 6 parâmetros da partícula mãe é representado por um vetor $x = (x, y, z, x', y', p)$. O jacobiano da transformação entre as variáveis x e η é representado por uma matriz T . Nesta notação, as matrizes de covariância são relacionadas pela seguinte expressão:

$$C_x = TC_\eta T^t$$

As variáveis que são introduzidas para simplificar as expressões das derivadas parciais dos 6 parâmetros da partícula mãe, as derivadas parciais que serão usadas para preencher a matriz T e as variáveis x escritas em termos de η são exatamente as mesmas usadas na ferramenta *LagrangeMassVertexFitter* e elas podem ser encontradas no apêndice A, seção A.3.

Apêndice C

Método de multiplicadores de *Lagrange*

C.1 Solução do sistema vinculado com o método de multiplicadores de *Lagrange*

As equações de vínculo de um sistema (equação 6.5) e a exigência de que a diferencial total da função de verossimilhança logaritmica em relação a δ seja nula (equação 6.9) formam um sistema de $n+q$ equações com $n+q$ incógnitas (δ e μ):

$$B\delta + c = 0 \quad (\text{C.1})$$

$$\delta^t G_y + \mu^t B = 0 \quad (\text{C.2})$$

onde μ é a componente q de um vetor coluna, cujos elementos são os ainda desconhecidos multiplicadores de *Lagrange* [70].

Os valores medidos y serão tomados como uma primeira aproximação para η , ou seja:

$$\eta_0 = y \quad (\text{C.3})$$

Com a equação C.3, o vetor δ pode ser escrito como:

$$\delta = \eta - \eta_0 = \eta - y = -\epsilon \quad (\text{C.4})$$

e o sistema pode ser reescrito da seguinte maneira:

$$c - B\epsilon = 0 \quad (\text{C.5})$$

$$\mu^t B - \epsilon^t G_y = 0 \quad (\text{C.6})$$

O sub-sistema C.6 é composto por n equações que contêm juntas $n+q$ incógnitas ($\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_n$ e $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_q$). O sub-sistema C.5, por outro lado, é composto por q equações de vínculo. Ao fazer a transposta do sub-sistema C.6, a seguinte equação é obtida:

$$G_y \epsilon = B^t \mu \quad (\text{C.7})$$

ou

$$\epsilon = G_y^{-1} B^t \mu \quad (\text{C.8})$$

Quando se substitui a equação C.8 no sub-sistema C.5, obtém-se:

$$c - B G_y^{-1} B^t \mu = 0 \quad (\text{C.9})$$

Após resolver a equação C.9 para μ :

$$\tilde{\mu} = (B G_y^{-1} B^t)^{-1} c \quad (\text{C.10})$$

Usando a equação C.8, a estimativa do χ^2 dos desvios ϵ é obtida:

$$\tilde{\epsilon} = G_y^{-1} B^t (B G_y^{-1} B^t)^{-1} c \quad (\text{C.11})$$

A melhor estimativa das incógnitas η , então, é dada por:

$$\tilde{\eta} = y - \tilde{\epsilon} = y - G_y^{-1} B^t (B G_y^{-1} B^t)^{-1} c \quad (\text{C.12})$$

ou

$$\tilde{\eta} = y - G_y^{-1} B^t G_{BC} \quad (\text{C.13})$$

onde:

$$G_B = (BG_y^{-1}B^t)^{-1} \quad (\text{C.14})$$

No caso de equações de vínculo não lineares, somente um passo não é suficiente, sendo necessária uma interação. A partir do segundo passo, a relação $\delta = -\epsilon$ (equação C.4) não é mais válida. O último valor de η será usado como valor inicial até que a convergência seja atingida. Se a interação é quebrada após s passos:

$$\tilde{\delta} = \eta_s - \eta_{s-1} \quad (\text{C.15})$$

Bibliografi a

- [1] W. Greiner, A. Schäffer, "Quantum Chromodynamics", Springer, 1994.
- [2] S. L. Glashow, "Partial-symmetries of weak interactions", Nucl. Phys. B22, 579, 1961;
S. Weinberg, "A Model of Leptons", Phys. Rev. Lett. 19, 1264, 1967;
A. Salam, "Elementary Particle Theory: Relativistic Groups and Analyticity", Resultados do VIII simpósio do Nobel, N. Svartholm, Estocolmo, 1968.
- [3] E. S. Abers, B. W. Lee, Phys. Rep. 9C, 1, 1973.
- [4] T. P. Cheng, L. F. Lee, "Gauge Theory of Elementary Particles", Oxford University Press, Oxford, 1982.
- [5] LEP Collaboration, "Electroweak parameters at the Z^0 resonance and the standard model", Physics Letters B276, 247, 1992.
- [6] The Super-Kamiokande Collaboration, "Evidence for oscillation of atmospheric neutrinos", Phys. Rev. Lett. 81, 1562, 1998.
- [7] Das, Ashok, Ferbel, Thomas, "Introduction to Nuclear and Particle Physics", University of Rochester, John Wiley & Sons, 1994.
- [8] Griffiths, David, "Introduction to Elementary Particles", Reed College, Herper & Row, 1987.
- [9] Bigi, I.I., Sanda, A.I., "CP Violation", Cambridge University Press, 2000.

- [10] Branco, G. C., Lavoura, L., Silva, J. P., "CP violation", Clarendon Press, Oxford, 1999.
- [11] J. H. Christenson et al. "Evidence for the 2π decay of the $K^0(2)$ meson", Physical Review Letter 13, 138, 1964.
- [12] T. Nakada, "CP Violation - Phenomenology and experiment", LHCb 2000-091, IPHE 2000-015, setembro, 2000.
- [13] A. G. Cohen, D. B. Kaplan, A. E. Nelson, "Progress in Electroweak Baryogenesis", Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 43, 27, 1993.
- [14] A. D. Sakharov, "Violation Of CP Invariance, C Asymmetry, And Baryon Asymmetry of the Universe", JETP Lett. 5, 24, 1967.
- [15] Sakharov, A. D., JETP Lett. 6, 21, 1967.
- [16] Shaposhnikov, M. E., JETP Lett. 44, 364, 1986.
- [17] F. J. Gilman, M. B. Wise, Phys. Lett. B 93, 129, 1980;
F.J. Gilman, M. B. Wise, Phys. Rev. D 27, 1128, 1983;
A. J. Buras et al. Nucl. Phys. B 347, 491, 1990.
- [18] S. Herrlich, U. Nierste, Nucl. Phys. B 419, 292, 1992;
S. Herrlich, U. Nierste, Nucl. Phys. B 476, 27, 1996.
- [19] D. Becirevic, palestra da plenária em Lattice, Tsukuba, Japan, 15-19 de julho, 2003.
- [20] L. L. Chau, W. Y. Keung, Phys. Rev. Lett. 53, 1802, 1984;
H. Harari, M. Leurer, Phys. Lett. B 181, 123, 1986;
H. Fritzsch, J. Plankl, Phys. Rev. D 35, 1732, 1987;
F. J. Botella, L. L. Chao, Phys. Lett. B 168, 97, 1986.
- [21] J. D. Bjorken, Phys. Rev. D 39, 1396, 1989;
C. Jarlskog, R. Stora, Phys. Lett. B 208, 268, 1988;
J. L. Rosner, A. I. Sanda, M. P. Schmidt, "Proceedings of the Workshop on High Sensitivity Beauty Physics at Fermilab", Fermilab, 11-14 de

- novembro, 1987, editado por A. J. Slaughter, N. Loclyer, M. Schmidt (Fermilab, Batavia, 1988), p. 165;
C. Hamzaoni, J. L. Rosner, A. I. Sanda, *ibid.*, p. 215.
- [22] K. Abe et al. Belle-CONF-0353, LP'03, 2003.
- [23] F. Cuypers, "Au-delà du Modèle Standard", PSI Report 97-03, 1997.
- [24] <http://public.web.cern.ch/Public/SCIENCE/heavyions.html>. Endereço consultado em 2004.
- [25] CMS Collaboration, "The Compact Muon Solenoid, Technical Proposal", CERN/LHCC/94-38, LHCC/P1.
- [26] TOTEM Collaboration, "TOTEM, Total Cross Section, Elastic Scattering and Diffraction Dissociation at the LHC: Technical Proposal", CERN/LHCC/99-07, LHCC/P5.
- [27] ATLAS Collaboration, "ATLAS Technical Proposal", CERN/LHCC/94-43, LHCC/P2.
- [28] ALICE Collaboration, "A Large Ion Collider Experiment, Technical Proposal", CERN/LHCC 95-71, LHCC/P3.
- [29] "New State of Matter created at CERN", <http://press.web.cern.ch/Press/Releases00/PR01.00EQuarkGluonMatter.html>. Endereço consultado em 2004.
- [30] BABAR Collaboration, B. Aubert et al. Phys. Rev. Lett. 86, 2515, 2001;
BABAR Collaboration, B. Aubert et al. Phys. Rev. Lett. 87, 091801, 2001;
BABAR Collaboration, B. Aubert et al. Phys. Rev. D 66, 032003, 2002;
BABAR Collaboration, B. Aubert et al. Phys. Rev. Lett. 89, 201802, 2002.

- [31] Belle Collaboration, K. Abe et al. Phys. Rev. Lett. 86, 2509, 2001;
Belle Collaboration, K. Abe et al. Phys. Rev. Lett. 87, 091802, 2001;
Belle Collaboration, K. Abe et al. Phys. Rev. D 66, 032007, 2002;
Belle Collaboration, K. Abe et al. Phys. Rev. D 66, 071192(R), 2002.
- [32] "The Large Hadron Collider Project", <http://lhc.web.cern.ch/lhc/>.
Endereço consultado em 2004.
- [33] T. E. Browder, "Results on the CKM Angle $\phi_1 (\beta)$ ", hep-ex/0312024
v1, 2003.
- [34] Belle Collaboration, K. Abe et al. "Improved measurement of mixing-
induced CP violation in the neutral B meson system", Physical Review
D 66, 071102(R), 2002.
- [35] Belle Collaboration, K. Abe et al. "Observation of mixing-induced
CP violation in the neutral B meson system", Physical Review D 66,
032007, 2002.
- [36] Babar Collaboration, B. Aubert et al. "Measurement of the CP Asym-
metry Amplitude $\sin 2\beta$ with B^0 Mesons", Physical Review Letters
89, 20, 201802, 2002.
- [37] Babar Collaboration, B. Aubert et al. "Study of time-dependent CP-
violating asymmetries and flavor oscillations in neutral B decays at
the $\gamma (4S)$ ", Physical Review D 66, 032003, 2002.
- [38] <http://www.slac.stanford.edu/BFROOT/>. Endereço consultado em
2004.
- [39] "PEP-II: An asymmetric B Factory", Conceptual Design Report,
SLAC-418, LBL-5379, 1993.
- [40] <http://belle.kek.jp/>. Endereço consultado em 2004.
- [41] S. Kurokawa, E. Kikutani et al. Nucl. Instrum. Methods A 499, 1,
2003.

- [42] <http://www-cdf.fnal.gov/>. Endereço consultado em 2004.
- [43] <http://www-d0.fnal.gov/>. Endereço consultado em 2004.
- [44] <http://www-btev.fnal.gov/>. Endereço consultado em 2004.
- [45] T. Sjöstrand et al. *Computer Physics Commun.* 135, 238, 2001.
- [46] "QQ program", <http://www.lns.cornell.edu/public/CLEO/soft/qq>.
Endereço consultado em 2004.
- [47] N. Cabibbo, *Phys. Rev. Lett.* 10, 531, 1963.
- [48] R. M. Barnett et al. *Phys. Rev. D* 54, 1, 1996.
- [49] LHCb Collaboration, "LHCb Technical Proposal", CERN/LHCC/98-1, LHCC/P4.
- [50] S. Amato et al. "LHCb Magnet: Technical Design Report", CERN LHCC 00-007, 2000.
- [51] S. Amato et al. "LHCb Calorimeters: Technical Design Report", CERN LHCC 2000-0036, setembro, 2000.
- [52] S. Amato et al. "LHCb RICH: Technical Design Report", CERN LHCC 2000-037, setembro, 2000.
- [53] S. Amato et al. "LHCb Muon System: Technical Design Report", CERN LHCC 2001-010, maio, 2001.
- [54] S. Amato et al. "LHCb VELO: Technical Design Report", CERN LHCC 2001-0011, maio, 2001.
- [55] S. Amato et al. "LHCb Outer Tracker: Technical Design Report", CERN LHCC 2001-024, setembro, 2001.
- [56] S. Amato et al. "LHCb Online System: Technical Design Report", CERN LHCC 2001-40, dezembro, 2001.
- [57] S. Amato et al. "LHCb Inner Tracker: Technical Design Report", CERN LHCC 2002-029, novembro, 2002.

- [58] S. Amato et al. "Reoptimized Detector, Design and Performance: LHCb Technical Design Report", CERN LHCC 2003-030, setembro, 2003.
- [59] S. Amato et al. "LHCb Trigger System: Technical Design Report", CERN LHCC 2003-031, setembro, 2003.
- [60] P. Ball et al. "Proceedings of the Workshop on Standard Model Physics (and more) at the LHC - B decays at the LHC", arXiv:hep-ph/0003238, CERN 2000-4, 2000.
- [61] "GEANT, Detector description and simulation tool", biblioteca de programas do CERN, W5013, 1994.
- [62] R. Antunes Nobrega et al. "LHCb Technical Design Report", CERN/LHCC 2003-030, capítulo 9.
- [63] R. Antunes Nobrega et al. "LHCb Technical Design Report", CERN/LHCC 2003-030, capítulo 7.
- [64] J. R. T. de Mello Neto, M. Gandelman, "Muon ID performance with the reoptimized LHCb Detector", LHCb/2003-89;
I. Belayev, H. Terrier, "Particle Identification with LHCb Calorimeters", LHCb/2003-92.
R. Antunes Nobrega et al. "LHCb Technical Design Report", CERN/LHCC 2003-030, capítulo 8.
- [65] L. de Paula, E. C. de Oliveira, "The Control Channel $B^0 \rightarrow J/\psi(\mu\mu)K^{*0}$ ", LHCb/2003-108.
- [66] M. Calvi, O. Dormond, M. Musy, "LHCb flavour tagging performance", LHCb/2003-105.
- [67] S. Amato, J. R. T. de Mello Neto, C. Nunes, "The LHCb sensitivity to $\sin 2\beta$ from $B^0 \rightarrow J/\psi(\mu\mu)K_S^0$ asymmetry", LHCb/2003-107.
- [68] J. Zweizig, "LHC-B Analysis Subroutine Library", LHC-B/TN/95-01.

- [69] Juan J. Saborido, "A Kinematical constrained fit using the Lagrange multipliers method", LHCb/98-051.
- [70] Brandt, Siegmund, "Statistical and computational methods in data analysis", North Holland, 1970.
- [71] S. Amato, J. R. T. de Mello Neto, C. Nunes, "Constrained and Unconstrained vertex fitting tools for LHCb", LHCb/2004-038.
- [72] Polycarpo, E., Neto, João R. T. de Mello, "Muon Identification in LHCb", LHCb 2001-009, 2001.
- [73] Polycarpo, E., Neto, João R. T. de Mello, "Update on Muon Identification Performance", LHCb 2001-061, 2001.
- [74] Gandelman, M., Neto, João R. T. de Mello, "Muon ID performance with the reoptimized LHCb detector", LHCb 2003-089, 2003.
- [75] Massafferri, A., Neto, João R. T. de Mello, Nunes, C., "Muon Identification for LHCb: new tuning and algorithm improvements", nota em preparação.
- [76] S. Eidelman et al. Phys. Lett. B 592, 2004. Endereço na internet <http://pdg.lbl.gov>. Endereço consultado em 2004.
- [77] Página do grupo HFAG (*Heavy Flavor Averaging Group*), <http://www.slac.stanford.edu/xorg/hfag/index.html>. Endereço consultado em 2004.
- [78] V. Gibson, "B Physics", 57th Scottish Universities Summer School (SUSSP57), St Andrew Scotland, setembro, 2003. Endereço na internet <http://www.ippp.dur.ac.uk/sussp57/>. Endereço consultado em 2004.
- [79] Endereço na internet <http://lhcb-doc.web.cern.ch/lhcb-doc/presentations/conferencetalks/Default.htm>. Endereço consultado em 2004.

- [80] A. Schopper, "LHCb physics performance - Physics at LHC", Advanced Studies Institute, Prague, 6-12 de julho, 2003.
- [81] M. Merk, "Performance studies for the LHCb experiment", 19th International Workshop on Weak Interactions and Neutrinos, Geneva, Wisconsin, USA, 6-11 de outubro, 2003.
- [82] U. Uwer, "LHCb physics performance", 9th International Conference on B-Physics at Hadron Machines (Beauty 2003), Carnegie Mellon University, Pittsburgh, USA, 14-18 de outubro, 2003.
- [83] Perret, Pascal, "Status and expected performance of the LHCb experiment", BEACH 2004, 6th International Conference on Hyperons, Charm & Beauty Hadrons, Chicago, 27 de junho a 3 de julho, 2004.